

**Experimentelle Untersuchungen zur Hydrodynamik
von Gas/Feststoff-Wirbelschichten**

von
Joachim Werther

Erlangen 1972

Digitized by the Internet Archive
in 2026

Experimentelle Untersuchungen zur Hydrodynamik von Gas/Feststoff-Wirbelschichten

Der Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR - INGENIEUR



vorgelegt

von

Joachim Werther

Erlangen 1972



Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 28. April 1972

Tag der Promotion: 30. Juni 1972

Dekan: Prof. Dr. O. Molerus

Berichterstatter: Prof. Dr. O. Molerus
Prof. Dr. H. Schlitt

Inhaltsverzeichnis

Seite

1. Einleitung	1
1.1 Stand der Forschung auf dem Gebiet der Hydrodynamik realer Blasenfließbetten	3
1.11 Untersuchungen an zweidimensionalen Wirbelschichten	4
1.12 Untersuchungen an stoßenden Wirbelschichten	4
1.13 Untersuchungen an nichtstoßenden Wirbelschichten	5
1.1.31 Untersuchungen mit Hilfe der Fotografie	5
1.1.32 Durchstrahlung des Bettquerschnitts mit Röntgenstrahlen	5
1.1.33 Untersuchungen mit Hilfe von im Bettinnern angeordneten Sonden	6
1.14 Zusammenfassung der Literaturübersicht	7
1.2 Formulierung einer Konzeption zur experimentellen Untersuchung der Hydrodynamik eines realen Blasenfließbettes	8
1.3 Zielsetzung der vorliegenden Arbeit	10
2. Entwicklung eines Meßwertgebers zur Registrierung lokaler, zeitlicher Porositätsschwankungen im Innern einer Gas/Feststoff-Wirbelschicht	11
3. Signalaufbereitung	16
3.1 Trennung von Nutzsignal und Störsignal	16
3.2 Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden des Signals $y_2(t)$	22
3.21 Berechnung von $W_2(y_2)$ im Bereich $\bar{y}_1 < y_2 < \bar{y}_1 + z_u$	29
3.22 Berechnung von $W_2(y_2)$ im Bereich $\bar{y}_1 + z_u < y_2 < \bar{y}_1 + z_o$	31

3.3 Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden des Signals $y_1(t)$	32
3.4 Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden des Signals $y(t)$	33
3.41 Synthetisierung der Amplitudenverteilung aus den Amplitudenverteilungen der Signalanteile	33
3.42 Einführung einer Approximation für die Verteilung $q(z)$ der Blasenimpulshöhen	35
3.43 Vergleich zwischen gemessener und berechneter Amplitudenverteilung	36
3.5 Die Verwendung der Amplitudenverteilungsmessung bei der Trennung von Nutzsignal und Störsignal	43
4. Entwicklung von Meßmethoden zur Beschreibung des lokalen Fluidisationszustandes	45
4.1 Bestimmung der mittleren Anzahl k der Blasen, die vom Meßwertgeber in der Zeiteinheit registriert werden.	45
4.2 Bestimmung der mittleren Dauer T_b der Blasenimpulse	46
4.21 Modell der Blasenimpulsfolge	47
4.22 Bestimmung der mittleren Impulsdauer durch Messung der Autokorrelationsfunktion der Blasenimpulsfolge	48
4.23 Bestimmung der mittleren Impulsdauer mit Hilfe zweier elektronischer Zähler	61
4.24 Vergleich der Meßmethoden	62
4.3 Bestimmung der mittleren Steiggeschwindigkeit $\bar{v}_b$ der Blasen am Ort des Meßwertgebers	63
4.4 Beschreibung des lokalen Fluidisationszustandes durch die Größen $E[l]$, ξ_b , $\dot{V}_b$	78
4.41 Die mittlere Blasendurchstoßlänge $E[l]$	78
4.42 Der lokale Blasenvolumenanteil ξ_b	80
4.43 Der lokale Blasengasstrom $\dot{V}_b$	80

5. Experimentelle Ergebnisse:

Untersuchungen des räumlichen Fluidisationszustandes für verschiedene Versuchsgüter in Wirbelschichten unterschiedlicher Durchmesser	82
5.1 Messungen der lokalen, mittleren Blasendurchstoßlänge $E[l]$	84
5.2 Die Expansion von Gas/Feststoff-Wirbelschichten	85
5.3 Die räumliche Verteilung der Blasen in einer dreidimensionalen Gas/Feststoff-Wirbelschicht	88
5.4 Blasenentwicklung in stoßenden Wirbelschichten	94
5.5 Verteilung des Fluidisierergases auf Suspensions- und Blasenphase / Vergleich mit der Zweiphasentheorie der Fluidisation	98

6. Entwicklung von Meßmethoden zur Bestimmung von Blasenform und Blasengrößenverteilung an einem Ort im Innern des Fließbettes

6.1 Theorie einer Blasengrößenanalyse in Analogie zur Korngrößenanalyse	106
6.2 Entwicklung eines Verfahrens zur Messung der lokalen Blasengrößenverteilung $Q_o(D_v)$	110
6.21 Statistik der Durchstoßlängen	110
6.22 Bestimmung der Blasengrößenverteilung $Q_o(D_v)$ aus der Verteilung $g(l)$ der Durchstoßlängen	115
6.23 Meßtechnische Einzelheiten	118
6.24 Beispiel einer Blasengrößenverteilungsmessung	120
6.3 Entwicklung eines Verfahrens zur Bestimmung der lokalen, mittleren Blasenform	123

	Seite
7. Experimentelle Ergebnisse:	
Lokale Blasengrößenverteilungen und Blasenformen	136
7.1 Messung lokaler Blasengrößenverteilungen	136
7.11 Mathematische Beschreibung gemessener Blasengrößenverteilungen	136
7.12 Untersuchung verschiedener Einflüsse auf die lokale Blasengrößenverteilung	138
7.1.21 Messung der Blasengrößenverteilung an verschiedenen Orten im Innern eines Fließbettes	138
7.1.22 Einfluß der Fluidisationsgeschwin- digkeit	140
7.1.23 Einfluß des Bettdurchmessers	141
7.13 Zusammenfassung der Ergebnisse	143
7.2 Messung lokaler, mittlerer Blasenformen	144
7.21 Untersuchung verschiedener Einflüsse auf die lokale, mittlere Blasenform	146
7.22 Vergleich gemessener Blasenformen mit Messungen der Blasenform an isoliert aufsteigenden Einzelblasen	147
7.3 Anwendung der Ergebnisse von Kap. 7.1 und 7.2	151
7.31 Einfluß des horizontalen Geberabstandes s auf die Abschwächung ϕ der Kreuzkorrela- tionsfunktion	153
7.32 Entwicklung der Blasengrößenverteilung mit zunehmender Höhe h über dem Aufgabeboden	154
8. Zusammenfassung	158
9. Verzeichnis der Formelzeichen	160
10. Literaturverzeichnis	165

1. Einleitung

Das Fluidisieren besteht darin, daß eine Schüttung von Feststoffteilchen, die auf einem Tragrost ruht, durch ein in Aufwärtserichtung die Schüttung durchströmendes Fluid in einen flüssigkeitsähnlichen Zustand versetzt wird, sobald die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids einen bestimmten Wert überschreitet.

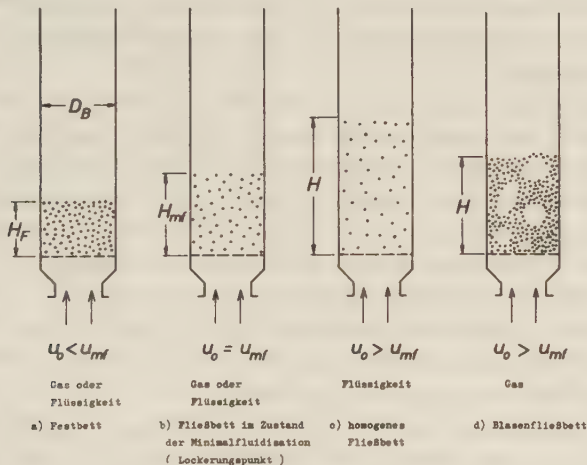


Abb. 1.1

In Abb. 1.1 ist dieser Vorgang schematisch dargestellt. Wenn die Strömungsgeschwindigkeit u_0 (Volumenstrom des Fluids, bezogen auf die Flächeneinheit des Gefäßquerschnitts) weit genug unterhalb einer Schranke u_{mf} liegt, liegt ein Festbett vor, d.h. das Fluid durchströmt die Hohlräume einer ruhenden Schüttung (Abb. 1.1a). Bei Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit beginnt die Schüttung zu expandieren und schließlich wird bei $u_0 = u_{mf}$ der Zustand der beginnenden Fluidisation (auch als Zustand der Minimalfluidisation oder als Lockerungspunkt bezeichnet; Abb. 1.1b) erreicht, in dem die Feststoffteilchen gerade von der Fluidströmung getragen werden. Der Druckverlust des Fluids beim Durchströmen eines solchen "Fließbettes" (aus dem engl. 'fluidised bed'; gleichbedeutend ist die Bezeichnung "Wirbelschicht") ist in diesem Zustand gleich dem Gewicht der Schüttung pro Flächen-

einheit des Bettquerschnittes. Bei Flüssig/Feststoff-Fließbetten führt eine weitere Steigerung des Strömungsmitteldurchsatzes dann - von Sonderfällen abgesehen - zu einer gleichmäßigen Expansion des Bettes (Abb. 1.1c), wogegen es bei Gas/Feststoff-Systemen zur Bildung von Blasen kommt (Abb. 1.1d).

1921 wurde das Wirbelschichtprinzip zum erstenmal von Winkler bei der Vergasung von Braunkohle großtechnisch angewandt. Seit-her hat das Fließbett in der chemischen Reaktionstechnik und bei physikalischen Verfahrensstufen wie Wärmeaustausch, Trocknen, Granulieren, Kristallisieren, Mischen und Fördern vielfache Anwendung gefunden.

Der wirtschaftlichen Bedeutung der Fluidisation entspricht die Zahl der auf diesem Gebiet erscheinenden Veröffentlichungen. Rowe [1] stellt fest, daß zwischen 1960 und 1965 4 % aller auf dem Gebiet des Chemieingenieurwesens erschienenen Publikationen sich mit der Fluidisation beschäftigten. Eine 1972 am Institut für Mechanische Verfahrenstechnik der Universität Erlangen - Nürnberg erarbeitete Literaturübersicht über den Stand der Wirbelschichttechnik [2] erfaßt allein für die Jahre 1970 und 1971 ca. 200 Publikationen, die sich fast ausschließlich mit der Gas/Feststoff-Wirbelschicht befassen.

Der Grund für das anhaltende Interesse der Forschung speziell an der Gas/Feststoff-Wirbelschicht liegt in der komplizierten Natur dieser Gas/Feststoffströmung. Bei Gas/Feststoff-Wirbelschichten erfolgt der Gasdurchsatz oberhalb des Lockerungspunktes weitgehend in Form einzelner Gasblasen, d.h. eine solche Wirbelschicht besteht aus zwei Phasen: aus einer dispersen Blasenphase und einer kontinuierlichen, die Blasen umgebenden Suspensionsphase, in der die Feststoffteilchen suspendiert sind.

Die Existenz der Blasen ist einerseits Ursache für vorteilhafte Eigenschaften der Gas/Feststoff-Wirbelschicht (rasche Feststoffvermischung innerhalb des Bettes, guter Wärmeübergang zwischen Bett und Heiz- oder Kühlflächen), andererseits aber auch Ursache nachteiliger Eigenschaften. So kann die Bypass-Wirkung des in Form von Blasen durchgesetzten Fluidisiergases bei einer langsam ablaufenden Reaktion in der Gasphase in einem katalytischen

Wirbelschichtreaktor beträchtlich sein, wodurch die Ausbeute des Reaktors nicht die erwarteten Werte erreicht [1] .

Die Größe der Blasen bzw. die Gesamtheit der lokalen Blasen-
größenverteilungen innerhalb der Wirbelschicht, die Mechanismen
von Blasenentstehung und Blasenwachstum, die räumliche Verteilung
der Blasen im Innern der Wirbelschicht, die Verteilung des
Fluidisiertgases auf Suspensionsphase und Blasenphase, - alles
das, was man unter dem Begriff "Hydrodynamik des Blasenfließ-
bettes" zusammenfassen kann, bestimmt letztlich die verfahrens-
technischen Eigenschaften eines Gas/Feststoff-Fließbettes, wenn
es als Wärmetauscher, als Mischer oder als chemischer Reaktor
eingesetzt wird. (Obwohl man es hier mit einer Gas/Feststoff-
Strömung zu tun hat, wird aufgrund des in vieler Beziehung
flüssigkeitsähnlichen Verhaltens von Fließbetten der Begriff
Hydrodynamik verwendet; die Analogie zwischen Fließbetten und
Flüssigkeiten wird ausführlich z.B. von Gelperin und Einstein [45]
behandelt). Die zuverlässige verfahrenstechnische Beherrschung
des Fließbettes setzt daher eine genaue Kenntnis der Hydrodynamik
voraus, - die bisherigen Kenntnisse aber gerade über die Hydro-
dynamik realer Blasenfließbetten sind trotz der Vielfalt der
Arbeiten äußerst dürftig , wie die folgende Übersicht über den
Stand der Forschung auf diesem Gebiet zeigt.

1.1 Stand der Forschung auf dem Gebiet der Hydrodynamik realer Blasenfließbetten

Die Bezeichnung "reales Blasenfließbett" ist eine freie Über-
setzung des englischen 'freely bubbling bed'. Gemeint ist damit
eine Wirbelschicht, in der sich die Blasen in der Nähe des Auf-
gabebodens spontan bilden, also nicht injiziert werden.

In der folgenden Literaturübersicht ist das Schrifttum nach der
Art der untersuchten Wirbelschichtssysteme klassiert.

1.11 Untersuchungen an zweidimensionalen Wirbelschichten

Bei der "zweidimensionalen" Wirbelschicht wird das Gut in einem Spalt zwischen zwei parallelen Glasplatten fluidisiert, wobei die Spaltweite so eng gewählt wird, daß die aufsteigenden Blasen als durchsichtige Zylinder sichtbar sind. Ein solches System läßt sich ohne großen meßtechnischen Aufwand durch einfaches Fotografieren untersuchen (z.B. Grace und Harrison [3], Geldart [4]).

Untersuchungen an zweidimensionalen Wirbelschichten liefern wertvolle Aufschlüsse über einzelne Phänomene wie z.B. die Blasen-koaleszenz, bedürfen aber grundsätzlich der Ergänzung und Bestätigung durch Experimente an dreidimensionalen Betten. Die Arbeiten von Rowe und Everett [5], [6], [7] und insbesondere die vorliegende Arbeit zeigen, daß eine Übertragung der an zweidimensionalen Wirbelschichten gewonnenen Erkenntnisse auf dreidimensionale Wirbelschichten nicht ohne weiteres möglich ist.

1.12 Untersuchungen an stoßenden Wirbelschichten

Stoßende Wirbelschichten sind dadurch gekennzeichnet, daß die Geschwindigkeit der aufsteigenden Blasen nicht durch die Blasen-größe sondern durch den Gefäßdurchmesser bestimmt wird. Da die Blasen als nahezu den Bettquerschnitt ausfüllende Gaskolben aufsteigen, ergeben sich im Vergleich zur verwirrenden Unübersichtlichkeit des Falles, in dem die Blasen klein gegen den Gefäß - durchmesser sind, vergleichsweise einfache hydrodynamische Verhältnisse, die sowohl experimentell als auch theoretisch in vielen Arbeiten untersucht worden sind (z.B. Matsen [8], Matsen und Tarmy [9], Matsen, Hovmand und Davidson [10], Kehoe und Davidson [11], Hovmand und Davidson [12]).

Wie die experimentellen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit deutlich zeigen, ist der Zustand des Stoßens der Wirbelschicht ein strömungsmechanischer Endzustand, der für industrielle Wirbelschichten nicht repräsentativ ist. Die Untersuchungen an stoßenden Wirbelschichten und die daraus abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten besitzen deshalb nur eine begrenzte praktische Bedeutung.

1.13 Untersuchungen an nichtstoßenden Wirbelschichten

1.1.31 Untersuchungen mit Hilfe der Fotografie

In einer Vielzahl von Arbeiten werden Bettoberflächen fotografiert und anschließend den Fotografien Blaseneruptionsdurchmesser entnommen. Neuere Beispiele sind die Arbeiten von Geldart [4] und von Argyriou, List und Shinnar [13]. Insbesondere die letztere Arbeit ist charakteristisch für eine Vielzahl von Arbeiten auf dem Gebiet der Hydrodynamik der Fluidisation: ein relativ unge-
naues Meßverfahren wie die Fotografie von Eruptionsdurchmessern muß erst mit mehreren einschneidenden Annahmen kombiniert werden, damit die gesuchte Information berechnet werden kann. Im vorliegenden Beispiel muß angenommen werden, daß

1. durch das Fotografieren der Blaseneruptionen alle aufsteigenden Blasen registriert werden,
2. die Zweiphasentheorie der Fluidisation in Strange gültig ist und
3. alle Blasen geometrisch ähnlich sind.

Daß tatsächlich die kleinsten Blasen mit dieser Meßmethode (die ohnehin nur bei sehr niedrigen Fluidisationsgeschwindigkeiten verwendbar ist) offenbar nicht gemessen werden können, zeigt ein in Kap. 7.11 durchgeführter Vergleich mit eigenen Meßergebnissen.

Die Einwände gegen die Meßmethode von Godard und Richardson [14], die durch Fotografieren eines durchsichtigen Fließbettzylinders von der Seite Blasengrößen und -geschwindigkeiten gemessen haben, liegen auf der Hand: Blasen, die unmittelbar an der Wand aufsteigen, verhalten sich nicht wie Blasen im Bettinnern.

1.1.32 Durchstrahlung des Bettquerschnitts mit Röntgenstrahlen

Die Methode, Blasen im Innern von Fließbetten mit Hilfe von Röntgenstrahlen sichtbar zu machen, ist von Grohse [47], Baumgarten und Pigford [48] sowie von Rowe und Mitarbeitern verwendet worden.

In neuester Zeit haben die Arbeiten von Rowe und Everett [5], [6], [7] wertvolle Aufschlüsse über das Blasenwachstum mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden geliefert. Vorteil dieser Methode ist, daß die Blasen durch die Messung selbst nicht gestört werden. Die Grenzen der Methode liegen einerseits darin, daß die Bettiefe in Durchstrahlungsrichtung durch die verfügbare Strahlungsintensität auf ca. 30 cm begrenzt ist, andererseits können bei höheren Blaskonzentrationen einzelne Blasen nicht mehr eindeutig voneinander unterschieden werden, weil die Blasen sich gegenseitig in Durchstrahlungsrichtung überdecken. Aus dem letzteren Grund können nur relativ niedrige Fluidisationsgeschwindigkeiten untersucht werden.

1.1.33 Untersuchungen mit Hilfe von im Bettinnern angeordneten Sonden

Unter der Vielzahl der verwendeten Sonden haben sich optische, kapazitive und Leitfähigkeitsmeßwertgeber besonders bewährt.

Optische Meßwertgeber sind von Yasui und Johanson [15] verwendet worden. Einer sorgfältigen Geberkonstruktion steht allerdings eine recht ungenaue Signalverarbeitung gegenüber (Ausmessen von Oszillogrammen), so daß die gemessenen Blasengrößen, -frequenzen und -geschwindigkeiten stark streuen und nur sehr undeutliche Tendenzen erkennen lassen.

Von Whitehead und Young [16] stammt eine der ganz seltenen Arbeiten, die sich mit der Hydrodynamik großmaßstäblicher Fließbetten befassen: untersucht wird ein Bett von ca. $1,5 \text{ m}^2$ Querschnittsfläche und 2,70 m Tiefe. Leider ist das verwendete Arrangement von 196 optischen Sensoren eher dazu geeignet, die aufsteigenden Blasen zu zerstören, als ihre Größe zu messen, so daß die Meßergebnisse zweifelhaft sind.

Die erste Anwendung des kapazitiven Meßprinzips stammt von Morse und Ballou [17], die allerdings nur qualitative Aussagen über die Natur der Fluidisation machen, Von Bakker [18] ist eine kapazitive Sonde zur Messung der zeitgemittelten, lokalen Porosität an verschiedenen Orten im Innern eines Fließbettes von 10 cm Durchmesser

verwendet worden. Fukuda, Asaki und Kondo [19] entwickelten einen sehr zierlichen, aus Messingdraht gebogenen kapazitiven Meßwertgeber. Leider ist die Signalverarbeitung durch Ausmessen von Oszillogrammen recht ungenau, so daß die gemessenen Blasendurchstoßlängen, -frequenzen und -geschwindigkeiten entsprechend streuen. Messungen von Blasenfrequenzen in verschiedenen Höhen über dem Aufgabeboden sind von Kunii, Yoshida und Hiraki [20] mit einem nicht näher beschriebenen kapazitiven Meßwertgeber durchgeführt worden.

Ein sehr strömungsgünstiger, miniaturisierter Meßwertgeber auf der Grundlage des Leitfähigkeitsmeßprinzips, der allerdings nur bei elektrisch leitendem Versuchsgut verwendet werden kann, ist von Park, Kang, Capes und Osberg [21] entwickelt worden. Gemessen wird an verschiedenen Orten im Innern eines Fließbettes von 10 cm Durchmesser jeweils der mittlere lokale Blasenvolumenanteil, die Blasenfrequenz, die mittlere Blasenauftieggeschwindigkeit sowie die mittlere Blasendurchstoßlänge. Indem angenommen wird, daß am Ort des Meßwertgebers Blasengröße und -steiggeschwindigkeit eindeutig miteinander verknüpft sind (was tatsächlich nicht der Fall ist; vgl. Kap. 4.3), wird das Ensemble der an einem Ort gemessenen Durchstoßlängen nach den zugehörigen individuellen Steiggeschwindigkeiten v_{bi} klassiert. Der Mittelwert des zu einer Geschwindigkeitsklasse (v_{bi} , $v_{bi} + \Delta v_{bi}$) gehörenden Ensembles von Durchstoßlängen wird als mittlere Durchstoßlänge der zu (v_{bi} , $v_{bi} + \Delta v_{bi}$) gehörenden Blasengrößenklasse angesehen. Das Ensemble der Steiggeschwindigkeiten liefert dann eine Verteilung von mittleren Durchstoßlängen, aus der man unter Zugrundelegung eines Modells für die Blasenform die Verteilung der Blasengrößen berechnen könnte, was von den Autoren allerdings nicht versucht wird.

1.14 Zusammenfassung der Literaturübersicht

Man kann ohne Übertreibung feststellen, daß die Substanz der zur Zeit vorhandenen Kenntnisse über die Hydrodynamik realer Blasenfließbetten in einem krassen Mißverhältnis zur Zahl der auf dem Gebiet der Fluidisation bisher erschienenen Publikationen steht.

Angesichts der Schwierigkeiten, die die Messung und die Beschreibung der Verhältnisse im realen Blasenfließbett bereiten, beschränken sich bisherige Untersuchungen zum überwiegenden Teil auf vereinfachende Modellsysteme. Wenn andererseits reale, praxisnahe Systeme untersucht werden, so geschieht dies mit unzureichenden Meß- oder Auswertungsmethoden.

Obwohl die Übertragung von an Laborapparaturen gewonnenen Erkenntnissen auf den Bau größerer Anlagen seit jeher ein besonderes Problem der Wirbelschichttechnik darstellt, befaßt sich die Forschung - von wenigen Ausnahmen abgesehen - ausschließlich mit kleinen Laborapparaturen. Während in industriellen Wirbelschichten nur in den seltensten Fällen poröse Platten als Aufgabeböden verwendet werden, findet man in der Literatur nur sehr selten Arbeiten, in denen als Aufgabeböden keine porösen Platten verwendet worden sind.

Sehr klar wird der Stand der Forschung durch Rowe [1] charakterisiert:

"Wir wissen jetzt eine ganze Menge über isoliert aufsteigende Einzelblasen, aber die Ausdehnung dieses Wissens auf reale Verhältnisse, wo Blasenkollektive auftreten, scheint mir angesichts der sich bietenden Schwierigkeiten eine harte und viel Geduld erfordernde Arbeit zu sein. Worüber wir noch völlig im unklaren sind, ist die Vorhersage von Blasendurchmessern, Blasendurchmesser-Verteilungen, Blasenwachstum usw. Es ist sehr wichtig, dies alles zu wissen und trotzdem haben wir nur geringe Fortschritte in der Beantwortung dieser Fragen gemacht ... Die Theorie hat bisher wenig zur Lösung dieser Rätsel beigetragen und das Experiment hat uns auch nicht viel weitergeholfen, weil es so schwierig ist, das, was wir wissen wollen, unzweideutig zu messen ..."

1.2 Formulierung einer Konzeption zur experimentellen Untersuchung der Hydrodynamik realer Blasenfließbetten

Als direkte Konsequenz aus der Übersicht über den Stand der Forschung folgt:

Benötigt werden genaue Unterlagen über die Hydrodynamik realer

Blasenfließbetten, d.h. über die lokalen Blasengrößenverteilungen an verschiedenen Orten innerhalb des Bettes, die Mechanismen von Blasenentstehung und Blasenwachstum, die räumliche Verteilung der Blasen im Innern des Bettes und die Verteilung des Fluidisiergases auf Suspensionsphase und Blasenphase. Notwendig sind entsprechende Untersuchungen in einem möglichst breiten Bereich der Anströmgeschwindigkeit (also nicht nur bei Gasgeschwindigkeiten knapp oberhalb des Lockerungspunktes) in Gefäßen verschiedener Abmessungen. Der Einfluß unterschiedlicher Anströmböden sollte ebenfalls untersucht werden.

Genauere Aussagen über die Blasenentwicklung im Innern eines Fließbettes sind, da es sich um ein räumliches Geschehen handelt, nur ausgehend von lokalen Meßwerten möglich, d.h. ein erstes Ziel muß sein, - trotz aller Einwände gegen den Einsatz von Sonden im Innern von Fließbetten - lokal messende Sonden mit minimaler Störwirkung auf den Fluidisationszustand in ihrer Umgebung zu entwickeln.

Das zweite Ziel muß dann sein, ausgehend von lokalen Meßwerten Methoden zur Messung derjenigen Größen zu entwickeln, die in ihrer Gesamtheit den lokalen Fluidisationszustand beschreiben: Es müssen Methoden zur Messung der lokalen Blasengrößenverteilung, der lokalen mittleren Blasenform, des lokalen, in Form von Blasen transportierten Gasstromes und des lokalen Blasenvolumenanteils entwickelt werden.

Folgende allgemeine Konzeption liegt diesen Entwicklungen zugrunde:

Kennzeichen der Blasenentwicklung ist ihre statistische Natur: Blasen entstehen an zufälligen Zeitpunkten an zufälligen Orten in der Nähe des Aufgabebodens. Während ihres Aufsteigens wachsen die Blasen durch wiederum zufällige Koaleszenzen mit anderen Blasen, so daß relativ zu einem im Inneren des Bettes angeordneten Meßwertgeber ein Kollektiv von zufällig im Raum verteilten Blasen unterschiedlicher Größe emporsteigt. Der Meßwertgeber erfaßt also ein statistisches Geschehen. Deswegen ist es notwendig, daß das vom Meßwertgeber gelieferte elektrische Signal als stochastisches Signal aufgefaßt wird, das mit adäquaten Methoden, also mit Methoden der Statistik, zu verarbeiten und zu analysieren ist. Ebenso

ist bei der Erarbeitung von Meßmethoden zur Bestimmung von Blasengrößenverteilungen und Blasenformen von statistischen Modellvorstellungen auszugehen.

1.3 Zielsetzung der vorliegenden Arbeit

Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit, die am Anfang eines längerfristig angelegten Forschungsvorhabens zur Untersuchung der Hydrodynamik von Wirbelschichten steht, liegt auf dem Gebiet der Entwicklung geeigneter Meßverfahren: ausgehend von der geschilderten Konzeption werden Techniken und Methoden zur Messung aller Einflußgrößen, die zur quantitativen Beschreibung der Hydrodynamik des Blasenfließbettes erforderlich sind, entwickelt. Die durchgeführten Experimente dienen vor allem der Untersuchung grundsätzlicher Phänomene und Abhängigkeiten. Die vorgelegten Ergebnisse vermitteln neuartige und wesentliche Erkenntnisse über die Hydrodynamik des Blasenfließbettes und zeigen die Brauchbarkeit der entwickelten Meßverfahren.

Auf die Angabe empirischer Korrelationen wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit konsequent verzichtet. Die Formulierung quantitativer Zusammenhänge ist erst auf der Grundlage derzeit laufender Serienmessungen (die sich noch über einen längeren Zeitraum erstrecken werden) möglich.

2. Entwicklung eines Meßwertgebers zur Registrierung lokaler, zeitlicher Porositätsschwankungen im Innern einer Gas/Feststoff-Wirbelschicht

Ein ernstzunehmendes Argument gegen die Verwendung von im Bettinnern angeordneten Sonden ist die Möglichkeit, daß der Meßwertgeber den Fluidisationszustand in seiner Umgebung derart beeinflusst, daß die Messung durch seine Anwesenheit entscheidend verfälscht wird.

Alle anderen Argumente, die immer wieder vorgebracht werden (z.B. die Aufzählung der Möglichkeiten von Fehlmessungen bei der Verwendung von Sonden bei Rowe [22]) zeigen lediglich, daß der Betreffende die Probleme der Messung mit Sonden offensichtlich nicht zu Ende gedacht hat.

Folgende Forderungen müssen an einen Meßwertgeber gestellt werden, der zur Registrierung von lokalen zeitlichen Schwankungen der Porosität und damit zur Registrierung aufsteigender Blasen geeignet ist:

Der Geber soll

1. den Fluidisationszustand durch seine Anwesenheit möglichst wenig stören,
2. nahezu punktförmig messen,
3. rasche Schwankungen der Porosität registrieren können,
4. im Innern des Bettes bewegt werden können, d.h. nicht auf einen Meßort fixiert sein,
5. für die üblicherweise zur Fluidisation verwendeten Feststoffe verwendbar sein, ohne daß das Versuchsgut vorher präpariert werden muß.

Die Summe aller Forderungen läßt sich nur durch einen kapazitiven Meßwertgeber erfüllen (ein Leitfähigkeitsmeßwertgeber verlangt elektrisch leitendes Versuchsgut; optische Meßwertgeber lassen sich nicht so strömungsgünstig bauen wie die hier entwickelten kapazitiven Meßwertgeber).

Beim kapazitiven Meßprinzip verwendet man üblicherweise die in der Abb. 2.1 dargestellte Anordnung:

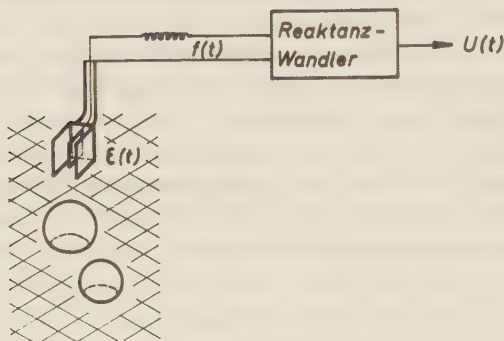


Abb. 2.1: Kapazitive Registrierung von Porositätsschwankungen

Der Meßkondensator ist Teil eines hochfrequenten Schwingkreises, der seinerseits mit einem Reaktanzwandler gekoppelt ist. Eine Änderung der Porosität ϵ am Ort des Kondensators ruft eine Änderung der Kondensatorkapazität hervor, die ihrerseits eine Änderung der Schwingkreisfrequenz f zur Folge hat, die im Reaktanzwandler in eine proportionale Gleichspannung U umgesetzt wird.

Für die Registrierung von Blasen sind die von vielen Autoren bisher verwendeten Plattenkondensatoren allerdings nicht geeignet, weil sie durch ihre Anwesenheit den lokalen Fluidisationszustand stark verändern, wie eigene Experimente gezeigt haben. Dazu wurde in Steigrichtung der Blasen vor und nach einem Plattengeber, der dieselben Abmessungen wie der von Bakker [18] verwendete Meßkondensator besaß (vgl. Abb. 2.2), das Frequenzspektrum der Porositätsschwankungen gemessen. Das nach dem Plattengeber gemessene Frequenzspektrum zeigte eine charakteristische Veränderung in Gestalt einer Periodizität, was dahingehend gedeutet werden kann, daß ein solcher Geber kleinere

Blasen "einfängt" und dann periodisch größere Blasen wieder abstößt.

Man kann daraus den Schluß ziehen, den z.B. Lockett und Harrison [23] gezogen haben, daß es nämlich angesichts der Fragwürdigkeit der Verwendung von Plattenkondensatoren im Fließbett am zweckmäßigsten ist, sich auf kapazitive oder optische Messungen an zweidimensionalen Betten zu beschränken. Man kann aber auch angesichts der Notwendigkeit, im Innern von dreidimensionalen Betten zu messen, von der Tatsache ausgehen, daß eine gewisse Störung des Fluidisationszustandes durch den Geber unumgänglich ist, daß es aber möglich sein muß, die Störwirkungen zu minimieren. Überlegungen dieser Art führten zur Entwicklung eines kapazitiven "Spitzengebers" (Abb. 2.2): Die Nadel bildet den einen, das umhüllende Metallrohr den anderen Pol des Kondensators. Zum Vergleich daneben ein Plattengeber, wie er von Bakker [18] verwendet wurde.

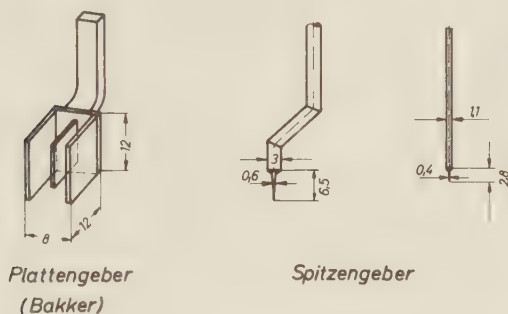


Abb. 2.2

Es ist offensichtlich, daß die Störwirkung des Spitzengebers auf das umgebende Medium wesentlich geringer ist. Die Messung des Frequenzspektrums in Steigrichtung der Blasen vor und nach einem Spitzengeber zeigt keinen merkbaren Einfluß des Spitzengebers auf den Fluidisationszustand in seiner Umgebung. Selbstverständlich ist das elektrische Feld des Spitzengebers stark inhomogen, d.h. die funktionale Abhängigkeit des elektrischen Signals von der lokalen Porosität kann nicht ohne

weiteres angegeben werden; andererseits aber ist für die Blasenmessung eine Kenntnis von Absolutwerten der Porosität nicht notwendig, weil sowohl Blasenabmessungen als auch Blasenauftiegs-
geschwindigkeiten allein aus dem zeitlichen Verlauf des Gebersignals bestimmt werden können.

In Abb. 2.3 ist der Zeitverlauf des elektrischen Signals $U(t)$ dargestellt, wenn der Geber von einer aufsteigenden Blase getroffen wird - vorausgesetzt, die Länge der Gebernadel ist klein gegen die Blasenabmessungen. Die Blase ruft dann einen elektrischen Impuls hervor, dessen Dauer t_b proportional der Durchstoßlänge l ist. Proportionalitätsfaktor ist die Blasenauftiegs-
geschwindigkeit v_b

$$l = v_b \cdot t_b \quad (2.1)$$

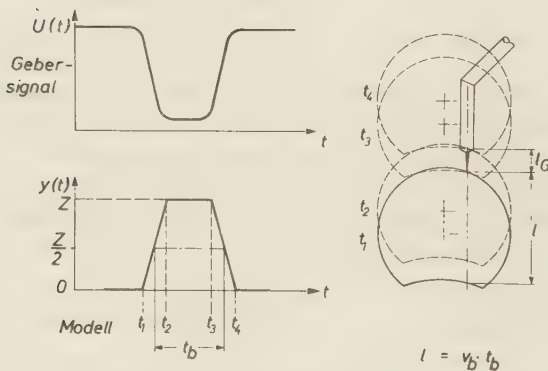


Abb. 2.3: Gebersignal

Für die Anstiegszeit a des Impulses,

$$a = t_2 - t_1 \quad (2.2)$$

kann man ansetzen

$$a = \frac{l_G}{v_b} \quad (2.3)$$

mit l_G = Länge der Gebernadel.

Für praktische Zwecke reicht es aus, wenn mit einer für das gesamte Blasenkollektiv am Ort des Meßwertgebers konstanten mittleren Anstiegszeit

$$a = \frac{l_G}{\bar{v}_b} \quad (2.4)$$

gerechnet wird ($\bar{v}_b$ = mittlere Steiggeschwindigkeit der Blasen am Ort des Meßwertgebers).

Daß der Ansatz (2.3) gerechtfertigt ist, zeigt ein Experiment, bei dem die Annäherung einer Blase an den Geber dadurch simuliert wurde, daß der Geber langsam in eine Flüssigkeit (Cyclohexan) eingetaucht und währenddessen das Ausgangssignal U des Reaktanzwandlers registriert wurde. Das Ergebnis zeigt die Abb. 2.4: obwohl das elektrische Feld des Spitzengebers bis ins Unendliche reicht, werden 93 % der gesamten Signalamplitude ($U_{\max} - U_{\min}$) während des Eintauchens der Gebernadel erreicht.

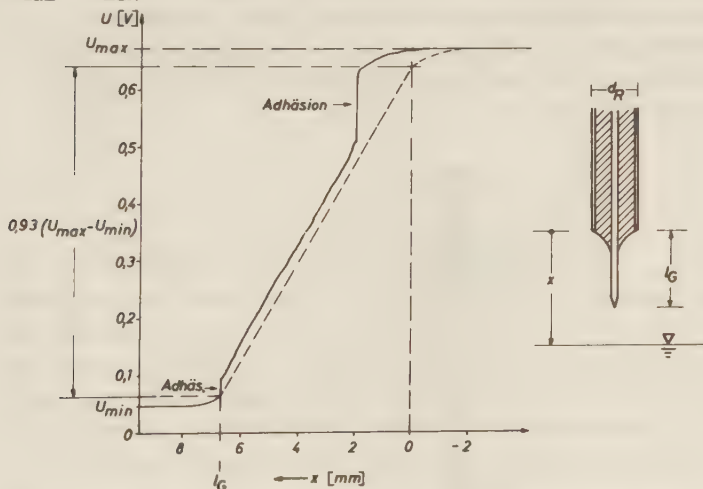


Abb. 2.4: Kennlinie eines kapazitiven Spitzen-Meßwertgebers

Das Meßvolumen des Spitzengebers ist, wie dieser Versuch und ein entsprechendes Experiment, bei dem derselbe Meßwertgeber mit parallel zur Flüssigkeitsoberfläche verlaufender Rohrachse eingetaucht wurde, zeigen, praktisch identisch mit dem Volumen

eines Kreiszylinders vom Durchmesser d_R des Geberrohres und von der Höhe l_G der Gebernadel.

Wichtig ist ferner der - abgesehen von Anfangs- und Endeffekten - lineare Anstieg der Spannung während des Eintauchens, wodurch der Blasenimpuls im mathematischen Modell $y(t)$ des Vorganges $U(t)$ durch einen trapezförmigen Impuls ersetzt werden kann.

Insgesamt erfüllt der Spitzenkondensator alle eingangs gestellten Forderungen, d.h. er ist in der Lage, nahezu punktförmig im Innern eines Fließbettes zu messen, stört den Fluidisationszustand in seiner Umgebung nur minimal, kann im Innern des Bettes beliebig bewegt werden und ist imstande, rasche Schwankungen der Porosität zu registrieren. Die Versuchsgüter brauchen nicht präpariert zu werden. Insbesondere läßt die einfache Form des Gebers eine weitgehende Miniaturisierung zu: die Abb. 2.5 zeigt das Foto eines miniaturisierten Doppel-Meßwertgebers zur Messung von Blasen-aufstiegseschwindigkeiten. Das Meßvolumen eines derartigen Miniaturmeßwertgebers beträgt etwa $2,5 \text{ mm}^3$ und dürfte damit auch zur Registrierung der kleinsten innerhalb des Fließbettes vorkommenden Blasen ausreichen.



Abb. 2.5: Miniatur -
Doppelmeßwertgeber

3. Signalaufbereitung

3.1 Trennung von Nutzsignal und Störanteil

Aufgrund der stochastischen Natur der Blasenentwicklung treffen einzelne Blasen im Verlauf der Zeit an zufälligen Zeitpunkten den Meßwertgeber. Das elektrische Signal $U(t)$ enthält deshalb eine Zufallsfolge von Blasenimpulsen.

Leider liefert der Meßwertgeber nicht nur Blasenimpulse, wie die Betrachtung eines mit dem brush-Schreiber aufgezeichneten Beispiels zeigt (Abb. 3.1). Das Signal $U(t)$ zeigt vielmehr einen mit der Zeit t stochastisch schwankenden Verlauf, in dem die Blasenimpulse nicht immer deutlich zu erkennen sind.

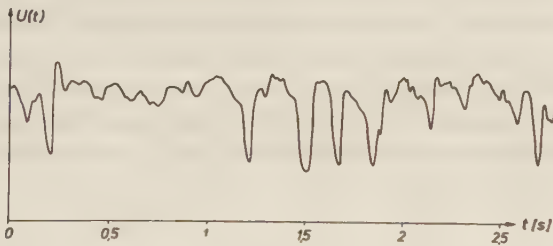


Abb. 3.1: Ausgangssignal des Reaktanzwandlers

Diese auf den ersten Blick verwirrende Unübersichtlichkeit des Gebersignals ist der Preis für die hydrodynamisch günstige Form des Meßwertgebers, denn wegen der hohen Feldliniendichte in unmittelbarer Oberflächennähe der Gebernadel reagiert der Geber in diesem Bereich sehr empfindlich auf kleinste Bewegungen von Feststoffteilchen und auf geringe Schwankungen der Suspensionsporosität.

Das Gebersignal $U(t)$ besteht aus diesem Grund aus zwei Anteilen,

1. einem Störanteil, der durch Vorgänge in der die Blasen umgebenden Suspensionsphase zustandekommt

und

2. einem Nutzsignal (Zufallsfolge der Blasenimpulse)

Eine unmittelbare Weiterverarbeitung des Gebersignals, etwa zur Bestimmung der mittleren Dauer der Blasenimpulse (vgl. Kap. 4), ist in dieser Form nicht möglich. Vielmehr muß zuerst der Störanteil vom Nutzanteil des Signals getrennt werden. Diese Trennung muß so erfolgen, daß

1. keine Information aus dem Nutzsignal durch den Trennprozeß verlorengeht

und

2. die im Nutzsignal enthaltene Information durch den Trennprozeß nicht verfälscht wird.

Da zu erwarten ist, daß sich die Blasenimpulse in ihrer Amplitude signifikant von den Amplituden des Störanteils unterscheiden, liegt es nahe, eine Trennung der beiden Signalanteile durch einfaches "Abschneiden" zu versuchen. Meßtechnisch läßt sich dieses "Abschneiden" durch eine Amplitudendiskriminatorschaltung bewerkstelligen, deren Wirkungsweise in der Abb. 3.2 dargestellt ist: nur derjenige Teil des Signals $U(t)$, der unterhalb eines - einstellbaren - Spannungspegels U^* liegt, wird unverzerrt durchgelassen, andernfalls sperrt die Schaltung und gibt währenddessen den konstanten Spannungswert U^* aus.

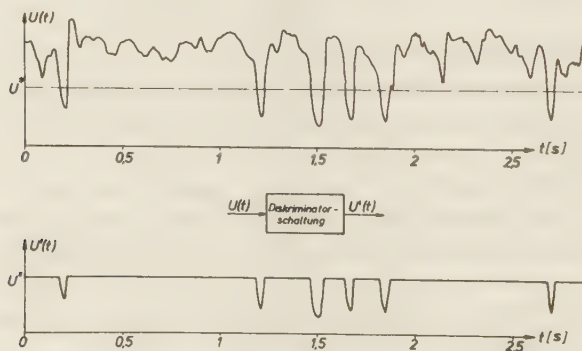


Abb. 3.2: Wirkungsweise der Amplitudendiskriminatorschaltung

Wenn die Vermutung richtig ist, daß die Blasenimpulse sich in ihrer Amplitude signifikant von den Amplituden des Störanteils unterscheiden, dann muß sich eine Einstellung des Spannungspegels U^* finden lassen derart, daß das am Ausgang der Diskriminatorschaltung zur Verfügung stehende Signal $U'(t)$ nur noch Blasenimpulse enthält.

Die Frage nach der richtigen Einstellung des Abschneideniveaus U^* ist nur in Sonderfällen einfach zu beantworten.

In einer stoßenden Wirbelschicht, z.B. im oberen Teil eines Fließbettes von 10 cm Durchmesser und 50 cm Höhe, sind die Gaskolben sehr groß gegen die Geberabmessungen. Die Blasen liefern in diesem Fall Impulse, die eine nahezu konstante Höhe haben (vgl. Abb. 3.3). Weil Blasenanschnitte und kleine Blasen fehlen, existiert ein breiter Bereich, innerhalb dessen das Abschneideniveau U^* liegen kann, ohne daß Blasenimpulse durch das Abschneiden verlorengehen.

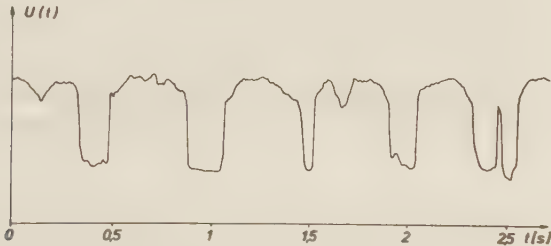


Abb. 3.3: Gebersignal bei stoßender Wirbelschicht

Im realen Fall, wie er z.B. in der Abb. 3.1 zu sehen ist, läßt sich die Frage, wohin man den Abschneidenpegel U^* legen soll, nicht so einfach beantworten. Die Gefahr besteht, daß bei einer Wahl des Abschneidenpegels aufgrund subjektiver Betrachtung eines begrenzten Signalabschnittes entweder kleine Blasenimpulse mit dem Störanteil zusammen weggeschnitten werden oder aber Spitzen des Rauschanteils als kleine Blasenimpulse gewertet werden. Es ist deshalb notwendig, quantitative Kriterien zu finden, aufgrund deren man mit Hilfe der Diskriminatorschaltung den Störanteil vom Gebersignal abtrennen kann, ohne die im Nutzsignal enthaltene Information zu verfälschen.

Wesentliche Einsichten in den Aufbau des Signals $U(t)$ liefert das folgende Experiment:

Für verschiedene Einstellungen des Niveaus U^* wird die Zahl κ der Impulse, die das Signal $U'(t)$ im Mittel pro Zeiteinheit enthält, mit Hilfe eines elektronischen Zählers gemessen. Ein Beispiel zeigt die Abb. 3.5 (Versuchsdaten: Fließbett 100 mm Dmr., Versuchsgut Cu-pulver, $u_o/u_{mf} \approx 3$, $h = 8$ cm, $r = 0$, Festbetthöhe $H_F = 20$ cm).

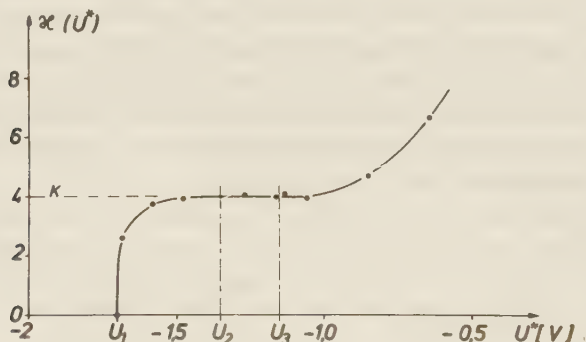


Abb. 3.5

Ausgehend von einer Spannung U_1 steigt mit zunehmender Spannung U^* die Zahl der Impulse zunächst rasch, dann wieder langsamer an und erreicht schließlich einen vorläufigen Endwert k bei $U^* = U_2$. Von einem bestimmten Spannungswert $U^* = U_3$ ab steigt die Impulsanzahl dann wieder rasch an.

Das Experiment bestätigt die Vermutung, daß die Blasenimpulse sich in ihrer Amplitude nicht nur in Sonderfällen signifikant vom Störanteil des Gebersignals unterscheiden. Vielmehr besitzt die Verteilung der Blasenimpulshöhen bei der Spannung U_2 eine Grenze, die sich deutlich von der Grenze der Amplituden des Rauschanteils - hier mit U_3 bezeichnet - abhebt. Wenn man das Abschneideniveau U^* in den Bereich zwischen den Spannungswerten U_2 und U_3 legt, enthält das Ausgangssignal $U'(t)$ der Diskriminatorschaltung zwar sämtliche Blasenimpulse, aber keine Spitzen des Rauschanteils.

Prinzipiell ließe sich also durch eine Messung des $\chi(U^*)$ - Verlaufes die für eine richtige Trennung von Nutz- und Störanteil notwendige Einstellung des Abschneideniveaus bestimmen. Für die Durchführung von Serienmessungen muß allerdings nach einem weniger zeitraubenden Verfahren gesucht werden.

Die Bestimmung des richtigen Abschneideniveaus U^* allein anhand einer Betrachtung einzelner Signalelemente ist wegen der stochastischen Natur des Signals $U(t)$ nicht möglich.

Es ist deshalb zu vermuten, daß eine statistische Beschreibung des Signals durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Signalamplituden Anhaltspunkte für die Wahl des Abschneideniveaus liefert. Um anhand einer Messung der Amplitudenverteilung des Gebersignals $U(t)$ den Spannungspegel U^* genau festlegen zu können, muß man zuvor wissen, wie die beiden Signalanteile in der Amplitudenverteilung des Gesamtsignals zum Ausdruck kommen. Es werden deshalb im folgenden aufgrund mathematischer Modelle zunächst getrennt für beide Signalanteile Amplitudenverteilungen berechnet, aus denen sich anschließend durch Überlagerung die Amplitudenverteilung des Gesamtsignals bestimmen läßt.

Die folgenden Rechnungen gehen aus von einem invertierten Gebersignal $y(t)$,

$$y(t) = - U(t) \quad (3.1)$$

weil es für die Rechnung einfacher ist, Blasenimpulse als Spannungsspitzen anzusehen (vgl. Abb. 3.6).

Das Signal $y(t)$ besteht aus einem Störanteil y_1 und einem Nutzanteil y_2 . Der Störanteil y_1 , der durch Vorgänge in der Suspensionsphase zustandekommt, schwankt stochastisch um einen häufigsten Wert $\bar{y}_1$ und besitzt Amplituden, die zwischen einer unteren Grenze y_{1u} und einer oberen Grenze y_{1o} liegen. Der Nutzanteil y_2 besteht aus einer Zufallsfolge von Blasenimpulsen, die ausgehend von $y = \bar{y}_1$ Höhen besitzen, die zwischen den Grenzen z_u und z_o liegen.

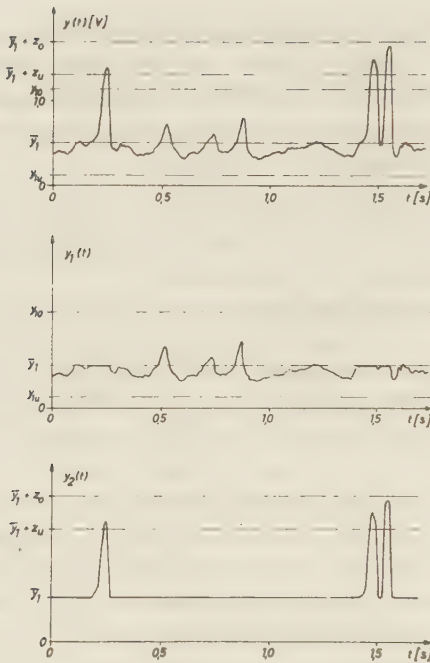


Abb. 3.6:

Aufspaltung des Gebersignals in Nutz- und Störanteil

Aus dem Signal $y(t)$ werden nun zwei Zeitfunktionen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ hergestellt, indem definiert wird:

Wenn der Geber zur Zeit t von einer Blase umgeben ist, gelte:

$$y_1(t) = \text{const.} = \bar{y}_1 \quad \text{und} \quad \bar{y}_1 < y_2(t) \leq z_0 + \bar{y}_1 \quad (3.2a)$$

Wenn der Geber zur Zeit t nicht von einer Blase umgeben ist, gelte:

$$y_{1u} \leq y_1(t) \leq y_{10} \quad \text{und} \quad y_2(t) = \text{const} = \bar{y}_1 \quad (3.2b)$$

Die hierdurch definierte Aufspaltung des Signals $y(t)$ ist in Abb. 3.6 dargestellt. Umgekehrt gilt für die Synthetisierung des Signals $y(t)$ aus den Signalen $y_1(t)$ und $y_2(t)$:

$$y(t) = \begin{cases} y_2(t) & \text{für } y_2(t) \neq \bar{y}_1 \\ y_1(t) & \text{für } y_2(t) = \bar{y}_1 \end{cases} \quad (3.3)$$

3.2 Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden des Signals $y_2(t)$

Eine Berechnung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden des Signals $y_2(t)$ ist nur möglich auf der Grundlage eines mathematischen Modells des Signalverlaufes. Ausgehend von der Modellvorstellung, daß eine den Geber treffende Blase einen trapezförmigen Impuls erzeugt (vgl. Kap. 2), wird deshalb jeder in $y_2(t)$ enthaltene Blasenimpuls durch einen äquivalenten Trapezimpuls ersetzt. Das derart modellierte Signal $y_2(t)$ zeigt die Abb. 3.7: an zufälligen Zeitpunkten t_{e1} treten Impulse auf, die zufällig schwankende Höhen z und zufällig schwankende Dauern t_b besitzen.

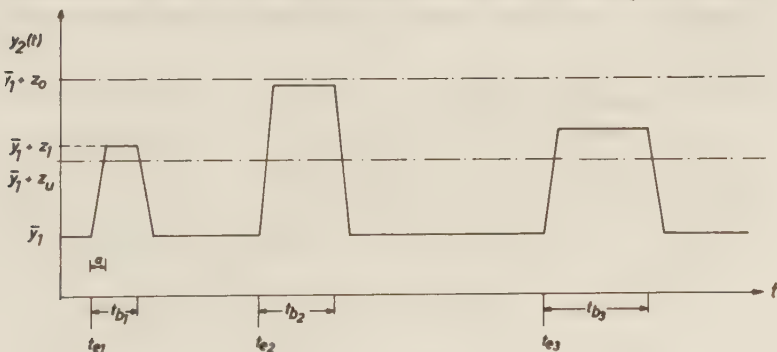


Abb. 3.7: Modell der Blasenimpulsfolge

Für die Impulshöhen z gilt

$$z_u \leq z \leq z_0, \quad (3.4)$$

die zugehörige Anzahldichteverteilung ist $q(z)$. Entsprechend gilt für die Impulsdauern t_b

$$t_{bu} \leq t_b \leq t_{bo} \quad (3.5)$$

mit der zugehörigen Anzahldichteverteilung $w(t_b)$. Vereinbarungsgemäß werden die Anstiegszeiten a der Impulse als konstant angenommen (vgl. Kap. 2).

Der Zufallsprozeß $y_2(t)$ ist durch drei verschiedene Zufallsereignisse charakterisiert:

- (1) das zufällige Auftreten eines Impulses
- (2) die zufällige Dauer eines Impulses
- (3) die zufällige Höhe eines Impulses

Daß die Einzelereignisse (1) und (2) bzw. (1) und (3) voneinander stochastisch unabhängig sind, ist unmittelbar einleuchtend. Dasselbe gilt aber - zumindest näherungsweise - auch für die Ereignisse (2) und (3), denn beispielsweise kann sich bei gleicher Impulsdauer sowohl eine große Impulshöhe - bei einer großen, schnell aufsteigenden Blase - als auch eine geringere Impulshöhe - bei einer kleineren, langsamer aufsteigenden Blase - einstellen.

Zur mathematischen Beschreibung des Prozesses $y_2(t)$ wird zunächst der Zufallsprozeß des Erscheinens von Blasenimpulsen, d.h. des Auftretens der "Geburtszeitpunkte" t_{ei} betrachtet. Folgendes kann vorausgesetzt werden:

- 1.) Der Prozeß des Auftretens der t_{ei} ist bei unveränderter Fließbetteinstellung stationär, d.h. die Wahrscheinlichkeit für das n-fache Auftreten von Geburtszeitpunkten in dem Zeitintervall $(t, t + \tau)$ ist unabhängig von t und nur eine Funktion von n und τ .
- 2.) Der Prozeß ist ohne Nachwirkung, d.h. die Wahrscheinlichkeit für das n-fache Auftreten von Geburtszeitpunkten im Intervall $(t, t + \tau)$ ist unabhängig davon, wie viele Male und wann Geburtszeitpunkte vorher auftraten.
- 3.) Der Prozeß ist ordinär, d.h. die Wahrscheinlichkeit für das n-fache Auftreten von Geburtszeitpunkten in dem sehr kleinen Zeitintervall Δt ist klein von höherer Ordnung.

Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich die Wahrscheinlichkeit $P_\gamma(n; \tau)$ dafür, daß n Geburtszeitpunkte t_{ei} im Intervall der Dauer τ liegen, zu (vgl. z.B. Gnedenko [24]):

$$P_\gamma(n; \tau) = \frac{(k\tau)^n}{n!} e^{-k\tau} \quad (3.6)$$

worin

k = mittlere Anzahl der Ereignisse in der Zeiteinheit.

Im vorliegenden Fall interessieren nur Zeitintervalle τ von der Größenordnung der Breiten t_b der Blasenimpulse. Aufgrund experimenteller Erfahrung treten Blasenimpulse nur verhältnismäßig selten auf. Es gilt daher

$$k\tau \ll 1 \quad \text{für} \quad \tau \leq t_{b0} + a \quad (3.7)$$

Mit

$$e^{-k\tau} \approx 1 - k\tau \quad \text{für} \quad k\tau \ll 1 \quad (3.8)$$

ergibt sich eine Entartung der Poissonverteilung der Gl. (3.6):

$$P_{\tau}(n; \tau) = \begin{cases} 1 - k\tau & n = 0 \\ k\tau & n = 1 \\ 0 & n \geq 2 \end{cases} \quad \text{für } k\tau \leq k(t_{b0} + a) \ll 1 \quad (3.9)$$

denn die Wahrscheinlichkeit P dafür, daß in τ zwei oder mehr Geburtszeitpunkte liegen, ergibt sich mit den bekannten Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten zu

$$\begin{aligned} P &= \sum_{n=2}^{\infty} P_{\tau}(n; \tau) = 1 - P_{\tau}(0; \tau) - P_{\tau}(1; \tau) \\ &= 1 - e^{-k\tau} - k\tau e^{-k\tau} \\ &\approx 1 - (1 - k\tau)(1 + k\tau) = (k\tau)^2 \approx 0 \quad \text{für } k\tau \ll 1 \quad (3.10) \end{aligned}$$

In diesem und in den folgenden Abschnitten müssen immer wieder Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten bestimmter Ereignisse berechnet werden. Die Methodik der Berechnung solcher Wahrscheinlichkeiten soll an einem Beispiel erläutert werden.

Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit P dafür, daß zu einer beliebigen Zeit t^* gerade ein Impuls eingeschaltet ist. Das zugehörige Ereignis E ist:

"zur Zeit t^* ist ein Impuls eingeschaltet".

Ein solches Ereignis ist in Abb. 3.8 dargestellt.

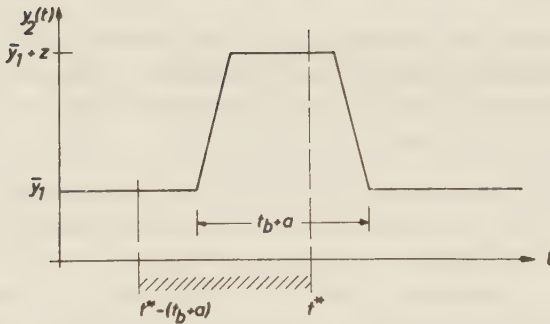


Abb. 3.8: Modell eines Blasenimpulses

Anhand des Bildes leuchtet sofort ein, daß das Ereignis E mit Sicherheit dann eintritt, wenn
entweder

im Zeitintervall $(t^* - (\bar{t}_{b1} + a), t^*)$, $t_{b1} = t_{bu}$, ein Geburtszeitpunkt liegt und bei dieser "Geburt" ein Impuls der Klasse $(t_{b1}, t_{b1} + \Delta t_{b1})$ entsteht

;

oder

;

im Zeitintervall $(t^* - (\bar{t}_{bi} + a), t^*)$ ein Geburtszeitpunkt liegt und ein Impuls der Klasse $(t_{bi}, t_{bi} + \Delta t_{bi})$, $t_{bu} < t_{bi} < t_{bo}$, entsteht

oder

im Zeitintervall $(t^* - (\bar{t}_{bn} + a), t^*)$, $t_{bn} = t_{bo}$, ein Geburtszeitpunkt liegt und ein Impuls der Klasse $(t_{bn}, t_{bn} + \Delta t_{bn})$ entsteht

wobei gilt $\bar{t}_{bi} = t_{bi} + \frac{1}{2} \Delta t_{bi}$.

Es gibt also für das Eintreten des Ereignisses E verschiedene Alternativen. Diese Alternativen lassen sich in Form eines Strukturdiagramms übersichtlich darstellen (vgl. Abb. 3.9 ;

die Abkürzung Ep steht für Geburts- oder Einschaltzeitpunkt).

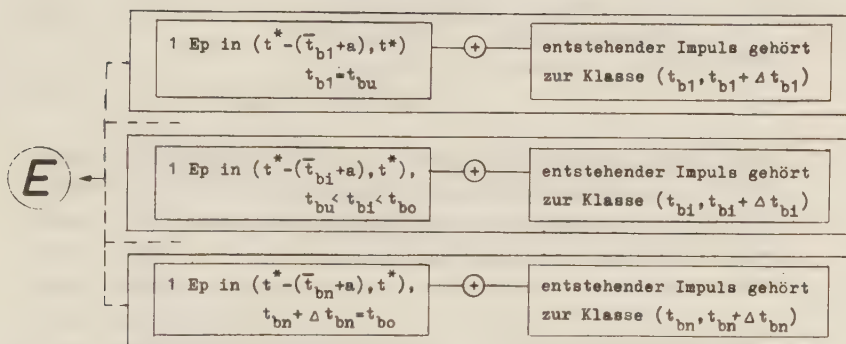


Abb. 3.9: Strukturdiagramm

Das Alternativereignis E_i ist hier:

" in $(t^* - (\bar{t}_{b1} + a), t^*)$ liegt ein Ep und entstehender Impuls gehört zur Klasse $(t_{b1}, t_{b1} + \Delta t_{b1})$ "

Die zugehörige Wahrscheinlichkeit P_i ist eine Verbundwahrscheinlichkeit ('compound probability') für das Eintreten zweier Elementarereignisse E_{i1} und E_{i2} .

Die Elementarereignisse E_{i1}

" in $(t^* - (\bar{t}_{b1} + a), t^*)$ liegt ein Ep"

und E_{i2}

"entstehender Impuls gehört zur Klasse $(t_{b1}, t_{b1} + \Delta t_{b1})$ "

sind voneinander stochastisch unabhängig, so daß sich die Verbundwahrscheinlichkeit P_i aus dem Produkt der Eintrittswahrscheinlichkeiten P_{i1} und P_{i2} der Elementarereignisse ergibt:

$$P_i = P_{i1} \cdot P_{i2} \quad (3.11)$$

Für P_{i1} folgt aus Gl. (3.9)

$$P_{i1} = k(\bar{t}_{b1} + a) \quad (3.12)$$

Ferner ist

$$P_{i2} = w(\bar{t}_{b1}) \cdot \Delta t_{b1} \quad (3.13)$$

Damit folgt

$$P_i = k(\bar{t}_{b1} + a) \cdot w(\bar{t}_{b1}) \cdot \Delta t_{b1} \quad (3.14)$$

Die Alternativereignisse E_i schließen sich gegenseitig aus, denn aufgrund des seltenen Auftretens der Blasenimpulse liegt nach Gl. (3.10) mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit nicht mehr als ein E_p im Intervall $(t^* - (t_{b0} + a), t^*)$. Weil die Alternativereignisse sich gegenseitig ausschließen, addieren sich die Alternativwahrscheinlichkeiten P_i zur gesuchten Gesamtwahrscheinlichkeit P :

$$P = \sum_{i=1}^n P_i \quad (3.15)$$

Einsetzen liefert

$$P = \sum_{i=1}^n k(\bar{t}_{b1} + a) \cdot w(\bar{t}_{b1}) \cdot \Delta t_{b1} \quad (3.16)$$

bzw. nach Übergang auf kontinuierliche Verteilung der Impulsdauern

$$P = \int_{t_b=t_{bu}}^{t_{b0}} k(t_b + a) w(t_b) dt_b \quad (3.17)$$

Integration liefert

$$P = k(T_b + a) \quad (3.18)$$

worin

$$T_b = \int_{t_b=t_{bu}}^{t_{b0}} t_b w(t_b) dt_b \quad (3.19)$$

Das hier geschilderte Verfahren zur Berechnung einer auf den ersten Blick kompliziert aussehenden Wahrscheinlichkeit besteht aus einer Zergliederung eines komplexen Ereignisses in einzelne Elementarereignisse, deren Eintrittswahrscheinlichkeiten sich mit einfachen Ansätzen berechnen lassen.

Im Folgenden soll die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden des Signals $y_2(t)$ berechnet werden. Dafür wird definiert

$$w_2(y_2) dy_2 = \text{Wahrscheinlichkeit dafür, daß zu einem beliebigen Zeitpunkt } t \text{ das Signal } y_2(t) \text{ einen Spannungswert hat, der im Intervall } (y_2, y_2 + dy_2) \text{ liegt.} \quad (3.20)$$

$$W_2(y_2^*) = \int_{-\infty}^{y_2^*} w_2(y_2) dy_2 = \text{Wahrscheinlichkeit dafür, daß zu einem beliebigen Zeitpunkt } t \text{ das Signal } y_2(t) \text{ einen Wert hat, der kleiner oder gleich } y_2^* \text{ ist.} \quad (3.21)$$

Es wird zunächst die Summenverteilung $W_2(y_2)$ berechnet. Die Dichteverteilung läßt sich dann durch eine Differentiation gewinnen:

$$w_2(y_2) = \frac{dW_2(y_2)}{dy_2} \quad (3.22)$$

$$\text{Aus} \quad \bar{y}_1 \leq y_2 \leq \bar{y}_1 + z_0 \quad (3.2a)$$

folgt zunächst

$$w_2(y_2) = 0 \quad \text{für } y_2 < \bar{y}_1 \quad (3.23)$$

Die Wahrscheinlichkeit, mit der y_2 den diskreten Wert $\bar{y}_1$ annimmt, ist gleichbedeutend mit der Wahrscheinlichkeit, daß zu einer beliebigen Zeit t gerade kein Blasenimpuls eingeschaltet ist und damit gleich $(1-P)$. Die Funktion hat deshalb an der Stelle $y_2 = \bar{y}_1$ einen Sprung, d.h. es gilt für positives ε :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} W_2(\bar{y}_1 - \varepsilon) = 0 \quad (3.24)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} W_2(\bar{y}_1 + \varepsilon) = 1 - P \quad (3.25)$$

wobei für die Wahrscheinlichkeit P Gl. (3.18) gilt.

3.21 Berechnung von $W_2(y_2)$ im Bereich $\bar{y}_1 < y_2 < \bar{y}_1 + z_u$

Gesucht ist mit $W_2(y_2)$ die Eintrittswahrscheinlichkeit für ein Ereignis E, das darin besteht, daß zu einer beliebigen Zeit t^* ein Spannungswert ξ registriert wird, der kleiner oder gleich y_2 ist.

E: " $\xi \leq y_2$ "

Für das Eintreffen dieses Ereignisses gibt es grundsätzlich zwei Alternativen:

entweder

"zur Zeit t^* ist kein Impuls eingeschaltet"

oder

"zur Zeit t^* ist ein Impuls eingeschaltet
derart, daß gilt $\xi \leq y_2$ "

Beide Alternativen schließen sich gegenseitig aus, d.h. die entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten addieren sich.

Damit folgt

$$W_2(y_2) = (1-P) + P' \quad (3.26)$$

Das zu P' gehörige Ereignis E' ist:

"zur Zeit t^* ist ein Impuls eingeschaltet
derart, daß gilt $\xi \leq y_2$ "

Eine mögliche Realisierung dieses Ereignisses zeigt die Abb. 3.10.

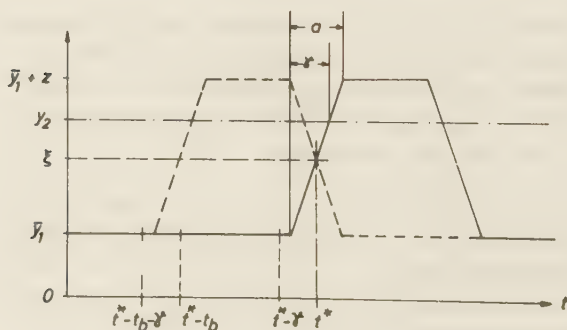


Abb. 3.10:
Modell eines
Blasenimpulses

Man erkennt, daß das Ereignis $\xi \leq y_2$ dann eintritt, wenn im Zeitpunkt t^* entweder die vordere Flanke oder die hintere Flanke des Impulses erfaßt wird.

Für die Größe γ gilt

$$\gamma = \frac{y_2 - \bar{y}_1}{z} \cdot a \quad (3.27)$$

Die verschiedenen Alternativen für das Eintreten von E' sind im Strukturdiagramm der Abb. 3.11 dargestellt.

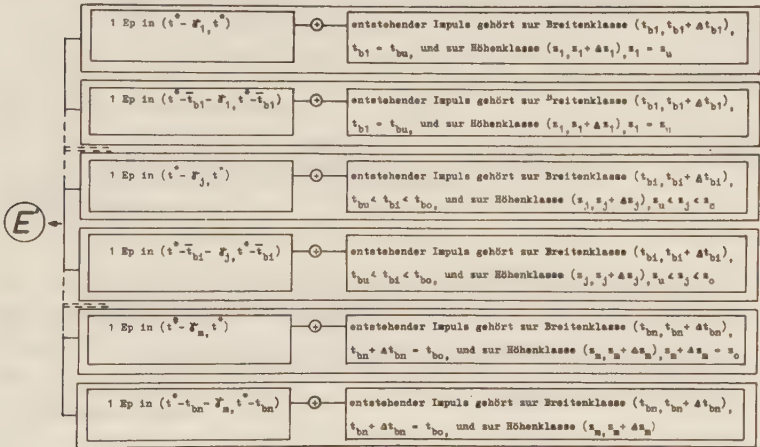


Abb. 3.11: Strukturdiagramm

Aus dem Strukturdiagramm liest man ab für die gesuchte Wahrscheinlichkeit P' :

$$P' = \int_{z=z_u}^{z_o} \int_{t_b=t_{bu}}^{t_{bo}} 2 k w(t_b, z) dt_b dz \quad (3.28)$$

worin

$w(t_b, z) dt_b dz$ = Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein willkürlich aus dem Ensemble herausgegriffener Blasenimpuls zur Breitenklasse $(t_b, t_b + dt_b)$ und zur Höhenklasse $(z, z + dz)$ gehört.

Mit der bereits begründeten stochastischen Unabhängigkeit zwischen Impulsbreite und Impulshöhe folgt

$$w(t_b, z) dt_b dz = w(t_b) dt_b q(z) dz \quad (3.29)$$

Damit folgt

$$P' = \int_{z=z_u}^{z_0} \int_{t_b=t_{bu}}^{t_{bo}} 2 k a \left(\frac{y_2 - \bar{y}_1}{z} \right) w(t_b) dt_b q(z) dz \quad (3.30)$$

Einsetzen in (3.26) liefert

$$W_2(y_2) = 1 - P + 2 k a (y_2 - \bar{y}_1) \int_{z=z_u}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz \quad \text{für } \bar{y}_1 < y_2 < \bar{y}_1 + z_u \quad (3.31)$$

3.22 Berechnung von $W_2(y_2)$ im Bereich $\bar{y}_1 + z_u \leq y_2 < \bar{y}_1 + z_0$

Die Möglichkeiten für das Eintreten des Ereignisses E,

"zu einer beliebigen Zeit t^* ist $y \leq y_2$ ",

sind für den Bereich

$$\bar{y}_1 + z_u \leq y_2 < \bar{y}_1 + z_0$$

im Strukturdiagramm der Abb. 3.12 dargestellt. Man liest daraus ab

$$W_2(y_2) = 1 - p + p \int_{z=z_u}^{y_2 - \bar{y}_1} q(z) dz + 2 k a (y_2 - \bar{y}_1) \int_{z=y_2 - \bar{y}_1}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz \quad \bar{y}_1 + z_u \leq y_2 < \bar{y}_1 + z_0 \quad (3.32)$$

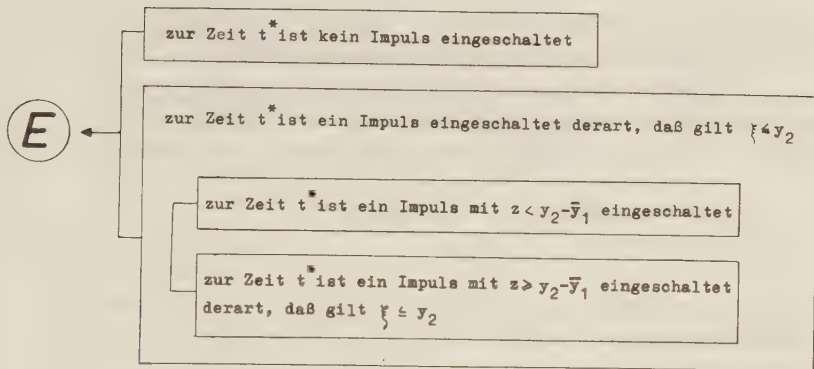


Abb. 3.12: Strukturdiagramm

3.3 Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden des Signals $y_1(t)$

Das Signal $y_1(t)$ besteht aus zwei grundverschiedenen Anteilen: es besitzt stochastischen Charakter dann, wenn kein Blasenimpuls eingeschaltet ist; es besitzt deterministischen Charakter dann, wenn in $y_2(t)$ ein Blasenimpuls eingeschaltet ist, denn dann gilt vereinbarungsgemäß

$$y_1(t) = \text{const} = \bar{y}_1$$

Die Wahrscheinlichkeit, mit der zu einem beliebigen Zeitpunkt t^* gilt

$$y_1(t^*) = \bar{y}_1,$$

ist identisch mit der Wahrscheinlichkeit P , mit der zur selben Zeit t^* in $y_2(t)$ ein Blasenimpuls eingeschaltet ist. Entsprechend gilt mit der Wahrscheinlichkeit $(1-P)$ zu einem beliebigen Zeitpunkt t^*

$$y_1(t^*) \neq \bar{y}_1$$

Man kommt damit zu dem folgenden zweckmäßigen Ansatz für die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $w_1(y_1)$:

$$w_1(y_1) = (1-P) \cdot h(y_1) + P \cdot \delta(y_1 - \bar{y}_1) \quad (3.33)$$

worin

$\delta(y_1 - \bar{y}_1)$ = Dirac'sche Deltafunktion

$h(y_1)$ = Verteilungsdichtefunktion des Rauschanteils
von $y_1(t)$

$$\text{mit } \int_{y_1=y_{1u}}^{y_{1o}} h(y) dy = 1$$

Für die Summenwahrscheinlichkeitsverteilung $W_1(y_1)$ folgt durch Integration von Gl. (3.33)

$$\begin{aligned} W_1(y_1) &= (1-p) \cdot \int_{\xi=y_{1u}}^{y_1} h(\xi) d\xi & y_{1u} \leq y_1 < \bar{y}_1 \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} W_1(\bar{y}_1 - \varepsilon) &= (1-p) \int_{\xi=y_{1u}}^{\bar{y}_1} h(\xi) d\xi \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} W_1(\bar{y}_1 + \varepsilon) &= (1-p) \int_{\xi=y_{1u}}^{\bar{y}_1} h(\xi) d\xi + p & (3.34) \\ W_1(y_1) &= p + (1-p) \int_{\xi=y_{1u}}^{y_1} h(\xi) d\xi & \bar{y}_1 < y_1 \leq y_{1o} \end{aligned}$$

3.4 Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden des Signals $y(t)$

3.41 Synthesisierung der Amplitudenverteilung aus den Amplitudenverteilungen der Signalanteile

Nach der Vorschrift

$$y(t) = \begin{cases} y_2(t) & \text{für } y_2(t) \neq \bar{y}_1 \\ y_1(t) & \text{für } y_2(t) = \bar{y}_1 \end{cases} \quad (3.3)$$

läßt sich aus den Gln. (3.31), (3.32) und (3.34) die Wahrschein-

lichkeitssummenverteilung $W(y)$ des Signals $y(t)$ bestimmen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Anteile in den Gln. (3.31), (3.32) und (3.34), die auf $y_1(t) = \text{const} = \bar{y}_1$ bzw. auf $y_2(t) = \text{const} = \bar{y}_1$ zurückzuführen sind, bei der Synthetisierung subtrahiert werden müssen, weil sie in $y(t)$ nicht vorhanden sind. Es folgt damit

$$W(y) = \begin{cases} 0 & y < y_{1u} \\ (1-p) \int_{\gamma=y_{1u}}^y h(\gamma) d\gamma & y_{1u} \leq y \leq \bar{y}_1 \\ (1-p) \int_{\gamma=y_{1u}}^y h(\gamma) d\gamma + 2ka(y-\bar{y}_1) \int_{z=z_u}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz & \bar{y}_1 \leq y \leq y_{10} \\ (1-p) + 2ka(y-\bar{y}_1) \int_{z=z_u}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz & y_{10} \leq y \leq \bar{y}_1 + z_u \\ (1-p) + p \int_{z=z_u}^{y-\bar{y}_1} q(z) dz + 2ka(y-\bar{y}_1) \int_{z=y-\bar{y}_1}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz & z_u + \bar{y}_1 \leq y \leq \bar{y}_1 + z_0 \\ 1 & \bar{y}_1 + z_0 < y \end{cases} \quad (3.35)$$

Durch Differentiation folgt die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $w(y)$:

$$N(y) = \begin{cases} 0 & y < y_{10} \\ (1-p) \cdot h(y) & y_{10} \leq y < \bar{y}_1 \\ (1-p) \cdot h(y) + 2ka \int_{z=z_0}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz & \bar{y}_1 < y \leq y_{10} \\ 2ka \int_{z=z_0}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz & y_{10} \leq y < \bar{y}_1 + z_0 \\ (p - 2ka) \cdot q(y - \bar{y}_1) + 2ka \int_{z=y-\bar{y}_1}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz & \bar{y}_1 + z_0 \leq y \leq \bar{y}_1 + z_0 \\ 0 & \bar{y}_1 + z_0 < y \end{cases} \quad (3.36)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} N(\bar{y}_1 - \varepsilon) = (1-p) h(\bar{y}_1)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} N(\bar{y}_1 + \varepsilon) = (1-p) h(\bar{y}_1) + 2ka \int_{z=z_0}^{z_0} \frac{q(z)}{z} dz$$

3. 42 Einführung einer Approximation für die Verteilung $q(z)$ der Blasenimpulshöhen z

Die in Kap. 3.1 beschriebene und in Abb. 3.5 dargestellte Messung der Impulsanzahl α pro Zeiteinheit in Abhängigkeit von der Lage des Abschneideniveaus liefert unmittelbar Aussagen über die Form von $q(z)$. In der folgenden Abb. 3.13 ist α über y^* aufgetragen. Es gilt für

$$y^* > y_{10}$$

$\alpha(y^*)$ = Anzahl der Impulse pro Zeiteinheit, deren Impulshöhe z größer als $(y^* - \bar{y}_1)$ ist

k = Anzahl der Blasenimpulse pro Zeiteinheit

$\frac{\alpha(y^*)}{k}$ = Anzahlanteil der Blasenimpulse, deren Impulshöhe z größer als $(y^* - \bar{y}_1)$ ist

Damit folgt für die Anzahlsummenverteilung $Q(z)$ der Impulshöhen

$$Q(z) = 1 - \frac{\alpha(\bar{y}_1 + z)}{k} \quad \text{für } z_u \leq z \leq z_0 \quad (3.37)$$

Die Funktion $Q(z)$ ist ebenfalls in der Abb. 3.13 dargestellt.

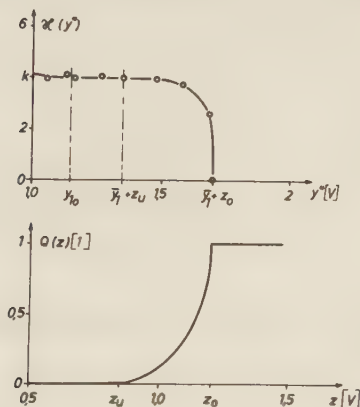


Abb. 3.13: Bestimmung der Verteilung der Blasenimpulshöhen

Der Grund für diese Form der Verteilung der Blasenimpulshöhen liegt in der Eigenart des elektrischen Feldes des Geberkondensators: die in unmittelbarer Nähe der Gebernadeloberfläche sehr große Feldliniendichte, die mit zunehmender Entfernung von der Nadel sehr rasch abnimmt, bewirkt, daß zwar - abhängig davon, welcher Teil des Meßvolumens von der Blasenphase erfüllt ist - sich unterschiedliche Impulshöhen ergeben, daß aber die meisten Impulshöhen in der Nähe von z_0 liegen.

Zur Berechnung der Amplitudenverteilung $w(y)$ muß für die Verteilung $q(z)$ eine Approximation durch eine analytische Funktion eingeführt werden. Zweckmäßig erscheint die Annäherung der gemessenen Funktion $Q(z)$ durch einen Ellipsenabschnitt:

$$Q(z) = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{z - z_u}{z_o - z_u} \right)^2} \quad (3.38)$$

Für die Anzahldichteverteilung $q(z)$ folgt damit

$$q(z) = \frac{1}{(z_o - z_u)^2} \cdot \frac{(z - z_u)}{\sqrt{1 - \left(\frac{z - z_u}{z_o - z_u} \right)^2}} \quad (3.39)$$

Einführung dieser Approximation in die durch Gl. (3.36) bestimmte Amplitudenverteilung $w(y)$ liefert

$$w(y) = \begin{cases} 0 & y < y_{1u} \\ (1-P) \cdot h(y) & y_{1u} \leq y < \bar{y}_1 \\ (1-P) \cdot h(y) + c_1 & \bar{y}_1 < y \leq y_{1o} \\ c_1 & y_{1o} \leq y < \bar{y}_1 + z_u \\ F(y) & \bar{y}_1 + z_u \leq y \leq \bar{y}_1 + z_o \\ 0 & \bar{y}_1 + z_o < y \end{cases} \quad (3.40)$$

Die Funktion besitzt an der Stelle $y = \bar{y}_1$ einen Sprung, d.h. es gilt für positives ε

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} w(\bar{y}_1 - \varepsilon) = (1-P) \cdot h(\bar{y}_1) \quad (3.41)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} w(\bar{y}_1 + \varepsilon) = (1-P) \cdot h(\bar{y}_1) + c_1$$

In Gl. (3.40) und (3.41) bedeuten

$$c_1 = \frac{2ka}{(z_o - z_u)} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \arctan \left[\frac{1}{(\alpha + 1)\sqrt{\alpha^2 - 1}} \right] \right\} \quad (3.42)$$

$$F(y) = \frac{(p - 2ka) \cdot \eta(\gamma)}{(z_o - z_u) \sqrt{1 - \eta^2(\gamma)}} + \frac{2ka}{(z_o - z_u)} \left\{ \frac{\pi}{2} - \arcsin \eta(\gamma) - \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \left[\arctan \frac{1 + \alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \right. \right. \\ \left. \left. - \arctan \left[\frac{1 + \alpha \tan \left(\frac{1}{2} \arcsin \eta(\gamma) \right)}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \right] \right] \right\} \quad (3.43)$$

mit

$$\eta(\gamma) = \frac{\gamma - (\bar{y}_1 + z_u)}{(z_o - z_u)} \quad (3.44)$$

$$\alpha = \frac{z_u}{(z_o - z_u)} \quad (3.45)$$

3.43 Vergleich zwischen gemessener und berechneter Amplitudenverteilung

In Abb. 3.14 ist eine gemessene Amplitudenverteilung dargestellt (die Versuchsdaten sind dieselben wie bei der $\mathfrak{A}(U^*)$ -Messung von Abb. 3.5 bzw. der $\mathfrak{A}(y^*)$ -Messung von Abb. 3.13). Ein Vergleich mit der Theorie liefert als Abszissenwert des Funktionsmaximums

$$\bar{y}_1 = 0,5 \text{ V}$$

sowie die untere Grenze der Amplituden des Rauschanteils

$$y_{1u} = 0,11 \text{ V}$$

Zusätzlich in Abb. 3.14 eingetragen sind die aus Abb. 3.13 folgenden Werte

$$y_{10} = 1,15 \text{ V} ; \quad z_u = 0,85 \text{ V} ; \quad z_0 = 1,20 \text{ V} .$$

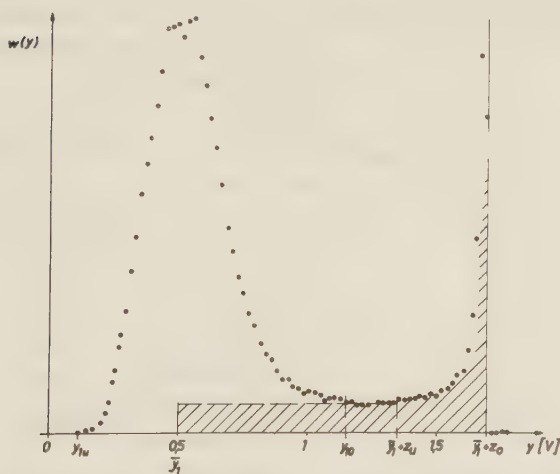


Abb. 3.14

Mit Hilfe der Theorie ist jetzt eine Interpretation der gemessenen Amplitudenverteilung möglich, denn Gl. (3.40) gibt an, welcher Teil von $w(y)$ auf Blasen und welcher auf Vorgänge in der Suspensionsphase zurückzuführen ist. In Abb. 3.14 ist der Anteil, der von den Blasenimpulsen herrührt, schraffiert dargestellt. Der Anteil der schraffierten Fläche F_B an der Gesamtfläche F unter der Funktion sollte nach dem mathematischen Modell identisch

sein mit der Wahrscheinlichkeit P dafür, daß zu einem beliebigen Zeitpunkt t^* gerade ein Blasenimpuls eingeschaltet ist:

$$\frac{F_B}{F} \stackrel{!}{=} P \quad (3.46)$$

Für P folgt aus Gl. (3.18) mit den Versuchswerten

$$k = 4 \text{ 1/s} ; T_b = 0,0503 \text{ s} ; a = 0,0054 \text{ s}$$

$$P = 0,223$$

Das Flächenverhältnis F_B/F ließe sich durch Planimetrieren bestimmen. Bequemer ist aber die Verwendung der Summenverteilung $W(y)$ (Abb. 3.15), aus der man abliest

$$\frac{F_B}{F} = \frac{a_1}{b_1} = 0,258$$

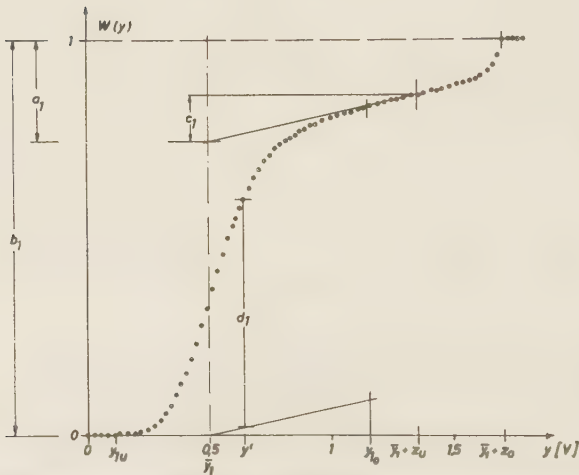


Abb. 3.15

Die befriedigende Übereinstimmung zwischen den Zahlenwerten von P und F_B/F spricht für die grundsätzliche Richtigkeit der zugrunde gelegten Modellvorstellungen für die Folge der Blasenimpulse.

Mit den bekannten Größen k , T_b , a , $\bar{y}_1$, z_u , z_o läßt sich aus den Gln. (3.40) bis (3.45) der theoretische Verlauf der Amplitudenverteilung im Bereich

$$y_{10} \leq y \leq z_o + \bar{y}_1$$

berechnen.

Um die berechnete direkt mit der gemessenen Verteilungsfunktion vergleichen zu können, muß der Maßstabsfaktor m_w für die experimentell ermittelte Funktion bestimmt werden.

Es gilt

$$m_w = \frac{w^*(y)}{w(y)} \quad \left[\frac{mm}{1/V} \right] \quad (3.47)$$

worin

$$w^*(y) = \text{Ordinatenwert im Diagramm [mm]}$$

Aus dem Vergleich von Dichtefunktion (Abb. 3.14) und Summenfunktion (Abb. 3.15) folgt

$$w(\bar{y}_1 + z_u) \cdot z_u = \frac{c_1}{b_1} \quad (3.48)$$

Damit folgt

$$m_w = \frac{b_1}{c_1} \cdot z_u \cdot w^*(z_u + \bar{y}_1) \quad (3.49)$$

im Beispiel:

$$m_w = 82,8 \quad V \cdot mm$$

Gemessene und berechnete Verteilungsfunktion $w(y)$ sind zusammen in Abb. 3.17 dargestellt.

Die berechnete Funktion zeigt einen grundsätzlich ähnlichen Verlauf wie die gemessene Funktion. Die Unterschiede zwischen Rechnung und Experiment sind in erster Linie auf die Form der Blasenimpulse zurückzuführen: während die Theorie von trapezförmigen Impulsen ausgeht, zeigen reale Blasenimpulse einen mehr abgerundeten Verlauf, d.h. durch die Annahme der Trapezform ist von vornherein eine maximal erreichbare Güte für die rechnerische Approximation der gemessenen Verteilung festgelegt. Andererseits ist die Berechnung der Amplitudenverteilung kein Selbstzweck, sondern soll nur Kriterien für die Interpretation gemessener Amplitudenverteilungen liefern. Dieses Ziel wird durch die hier

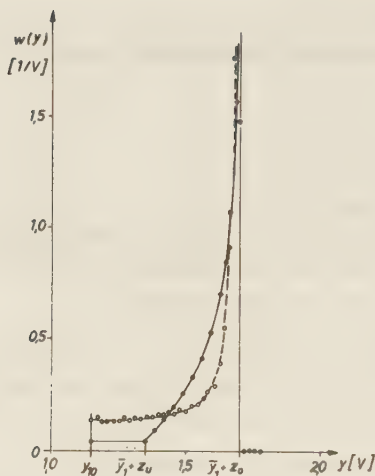


Abb. 3.17:
Vergleich zwischen
gemessener und ge-
rechner Amplitu-
denverteilung im
Bereich
 $y_{10} \leq y \leq \bar{y}_1 + z_0$

(○ gemessen
● berechnet)

durchgeführten Modellrechnungen erreicht: die gemessene Amplitudenverteilung, deren grundsätzliches Aussehen die Abb. 3.14 zeigt, besitzt ein Maximum und eine Polstelle. Die Rechnung zeigt, daß der Teil der Funktion, der das Maximum enthält, auf Porositätschwankungen in der Suspensionsphase zurückzuführen ist. Die Polstelle gibt die Obergrenze der Verteilung der Blasenimpulshöhen an. Zwischen Polstelle und Funktionsmaximum liegt ein verhältnismäßig enger Spannungsbereich, in dem die Verteilungsdichte minimal und konstant ist. Die Rechnung zeigt, daß dieser Bereich oberhalb der Amplituden des Störanteils, aber unterhalb der Verteilung der Blasenimpulshöhen liegt. In diesen Bereich muß das Spannungsniveau y^* der Diskriminatorschaltung gelegt werden.

Aufgrund von Gl. (3.40) lassen sich jetzt auch Aussagen über die Verteilungsfunktion $h(y)$ des Rauschanteils machen.

Abb. 3.18 zeigt sowohl die Dichteverteilung $h(y)$ als auch die Summenverteilung $H(y)$, die nach

$$H(y) = \frac{d_1}{(b_1 - a_1)} \quad \text{für} \quad y_{1u} \leq y \leq y_{10} \quad (3.50)$$

aus der Verteilung $W(y)$ (vgl. Abb. 3.15) berechnet werden kann.

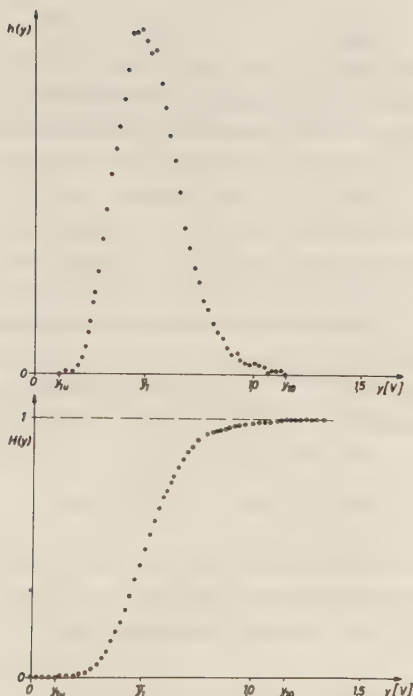


Abb. 3.18:
Verteilung der
Amplituden des
Störanteils des
Gebersignals

Die Auftragung von $H(y)$ in verschiedenen Verteilungsnetzen zeigt, daß $H(y)$ mit guter Genauigkeit durch eine logarithmische Normalverteilung approximiert werden kann (vgl. Abb. 3.19), was als Indiz dafür gewertet werden darf, daß der Verteilung $H(y)$ ein einheitlicher physikalischer Vorgang (regellose Porositätschwankungen in der Suspensionsphase) zugrundeliegt, daß also in der Verteilung $H(y)$ kein von den Blasenimpulsen herrührender Anteil mehr vorhanden ist.

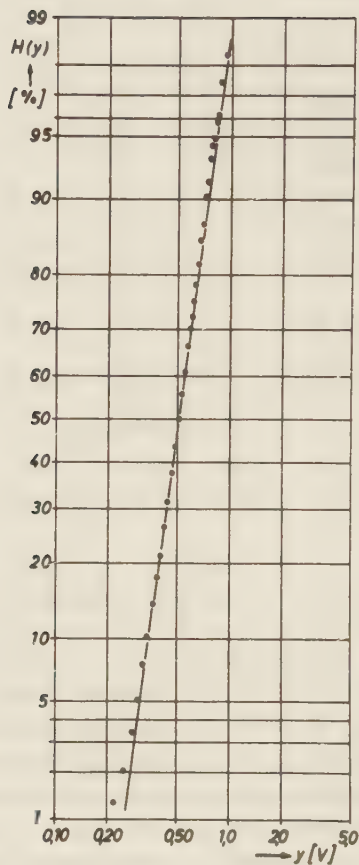


Abb. 3.19

3.5 Die Verwendung der Amplitudenverteilungsmessung bei der Trennung von Nutzsignal und Störanteil

Ausgangspunkt der in den vorangehenden Abschnitten durchgeführten Rechnungen war die Vermutung, daß eine Messung der Amplitudenverteilung des Gebersignals $U(t)$ Anhaltspunkte für die Wahl des Abschneideniveaus U^* der Diskriminatorschaltung liefern könnte.

Die Berechnung der Amplitudenverteilung des invertierten Geber-

signals $y(t)$ auf der Grundlage eines mathematischen Modells und der Vergleich zwischen Rechnung und Messung bestätigen diese Vermutung. Für die Einstellung der Diskriminatorschaltung läßt sich jetzt eine Vorschrift angeben:

Mit Hilfe eines geeigneten Gerätes (z.B. Korrelator der Fa. Hewlett-Packard, Mod. 3721 A) ist die Amplitudenverteilungsdichte $w(U)$ des Gebersignals $U(t)$ zu messen. Diese Funktion weist ein Maximum und eine Polstelle auf. Zwischen Maximum und Polstelle befindet sich ein Bereich, in dem die Verteilungsdichte minimal und konstant ist. Das Abschneideniveau U^* ist auf die Mitte des Konstanzbereiches einzustellen, es gilt dann

$$|U^*| = \frac{1}{2} (y_{10} + \bar{y}_1 + z_u)$$

Bei dieser Einstellung des Abschneideniveaus enthält das am Ausgang der Diskriminatorschaltung verfügbare Signal $U'(t)$ das gesamte Ensemble der Blasenimpulse, aber keine Spitzen des Rauschanteils von $U(t)$.

Diese Aufbereitung des Gebersignals $U(t)$ ist auf der einen Seite zwar recht aufwendig, auf der anderen Seite aber notwendige Voraussetzung für die weitere Signalverarbeitung, weil eine statistisch einwandfreie Trennung von Nutzsignal und Störanteil entscheidenden Einfluß auf Reproduzierbarkeit und Genauigkeit der Meßergebnisse hat.

4. Entwicklung von Meßmethoden zur Beschreibung des lokalen Fluidisationszustandes

Ausgangspunkt der entwickelten Meßmethoden ist der in Kap. 2 beschriebene miniaturisierte Meßwertgeber, der - nahezu punktförmig messend - jede ihn treffende Blase in Form eines elektrischen Impulses registriert. Charakteristisch für den lokalen Fluidisationszustand ist dann die Zahl k der Blasen, die den Geber in der Zeiteinheit im zeitlichen Mittel treffen, sowie die mittlere Dauer T_b der Blasenimpulse. Aus der Kenntnis der mittleren Blasenimpulsdauer kann man, wenn man gleichzeitig die mittlere Steiggeschwindigkeit $\bar{v}_b$ der Blasen am Ort des Meßwertgebers kennt, auf die mittlere Blasengröße schließen. Im folgenden werden Methoden zur Messung dieser drei Grundgrößen - k , T_b und $\bar{v}_b$ - entwickelt.

4.1 Bestimmung der mittleren Anzahl k der Blasen, die vom Meßwertgeber in der Zeiteinheit registriert werden

Das Signal $U'(t)$ am Ausgang der Diskriminatorschaltung enthält bei Einstellung des Abschneideniveaus U^* nach der in Kap. 3 erarbeiteten Vorschrift das gesamte Kollektiv der Blasenimpulse. Die Zahl k der Blasen, die vom Meßwertgeber im Mittel in der Zeiteinheit registriert werden, ergibt sich dann aus einer Zählung der Anzahl n der Blasenimpulse innerhalb eines hinreichend großen Zeitraums T :

$$k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{n}{T} \quad (4.1)$$

Für die Zählung bedient man sich zweckmäßig eines elektronischen Zählers. Allerdings läßt sich mit dem elektrischen Signal $U'(t)$ unmittelbar kein Zähler hinreichend zuverlässig triggern, da die Gefahr besteht, daß kleine Blasenimpulse, deren Höhe in der Nähe der unteren Grenze z_u der Impulshöhenverteilung liegt, vom Zähler nicht - oder wenigstens nicht immer - erfaßt werden. Es wurde deswegen eine elektronische Hilfsschaltung entwickelt und in die Diskriminatorschaltung eingebaut, die aus der Folge $U'(t)$ der abgeschnittenen Blasenimpulse eine Folge $U''(t)$ von Rechteck-

impulsen konstanter Amplitude erzeugt. Die Dauer eines jeden Rechteckimpulses ist gleich der Toröffnungsdauer t_g des entsprechenden Blasenimpulses (vgl. Abb. 4.1). Mit dem Signal $U''(t)$ läßt sich ein elektronischer Zähler zuverlässig triggern.

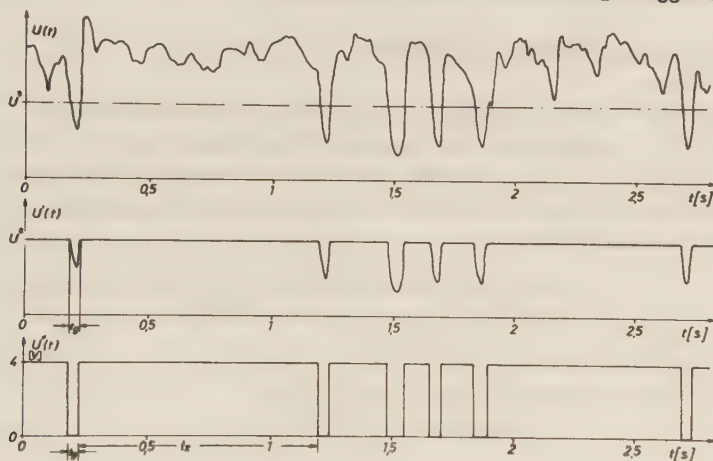


Abb. 4.1

4.2 Bestimmung der mittleren Dauer T_b der Blasenimpulse

Am Ausgang der Diskriminatorschaltung steht das Signal $U'(t)$ zur Verfügung, das bei Einstellung des Spannungsniveaus U^* entsprechend der in Kap. 3 erarbeiteten Vorschrift nur die Folge der abgeschnittenen Blasenimpulse enthält. $U'(t)$ besteht aus einer unregelmäßigen Folge von Impulsen stochastisch schwankender Form, Höhe und Dauer. Für einen unveränderten Betriebszustand des Fließbettes kann die Zufallsfolge der Blasenimpulse als stationär angesehen werden. Weil die Kennfunktion eines stationären Zufallsprozesses im Zeitbereich die Autokorrelationsfunktion ist (vgl. z.B. Schlitt [25]), kann man vermuten, daß eine so charakteristische Eigenschaft der Blasenimpulsfolge wie die mittlere Impulsdauer aus dem Verlauf der Autokorrelationsfunktion des Signals $U'(t)$ entnommen werden kann.

Diese Vermutung lässt sich dann zu einer Auswertungsvorschrift präzisieren, wenn es gelingt, für ein möglichst genaues mathematisches Modell der Blasenimpulsfolge deren Autokorrelationsfunktion zu berechnen.

4.21 Modell der Blasenimpulsfolge

Es wird, wie schon im Kap. 3, von einem invertierten Gebersignal, $y(t)$, ausgegangen; das abgeschnittene Signal wird mit $y'(t)$ bezeichnet. Für die Blasenimpulse wird eine konstante Impulshöhe angenommen, die gleich dem Erwartungswert $E[z]$ der Impulshöhenverteilung $q(z)$ sein soll:

$$E[z] = \int_{z_u}^{z_o} z \cdot q(z) dz \quad (4.2)$$

Mit der Approximation (3.39) für $q(z)$ folgt

$$E[z] = z_u + \frac{\pi}{4} \cdot (z_o - z_u) \quad (4.2a)$$

Es wird von trapezförmigen Impulsen mit konstanter Anstiegszeit a ausgegangen.

In Abb. 4.2 ist der Zusammenhang zwischen der Dauer t_b' eines abgeschnittenen Blasenimpulses und der Dauer t_b des ursprünglichen Blasenimpulses dargestellt.

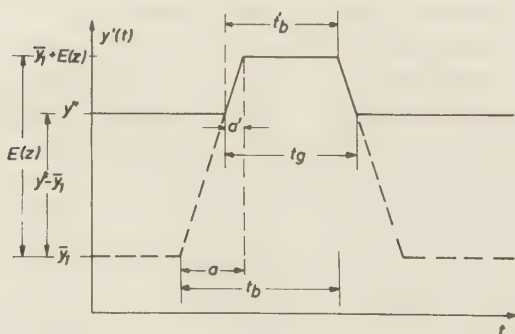


Abb. 4.2: Impulsmodell

Es folgt aus Abb. 4.2

$$a' = a \left[1 - \frac{(y^* - \bar{y}_1)}{E[z]} \right] \quad (4.3)$$

$$t_b = t_g + a \left[2 \frac{(y^* - \bar{y}_1)}{E[z]} - 1 \right] \quad (4.4)$$

$$t_b' = t_g - a \left[1 - \frac{(y^* - \bar{y}_1)}{E[z]} \right] \quad (4.5)$$

$$t_b = t_b' + a \frac{(y^* - \bar{y}_1)}{E[z]} \quad (4.6)$$

Entsprechend gilt für die Mittelwerte T_b , T_b' und T_g

$$T_b = T_g + a \left[2 \frac{(y^* - \bar{y}_1)}{E[z]} - 1 \right] \quad (4.7)$$

$$T_b' = T_g - a \left[1 - \frac{(y^* - \bar{y}_1)}{E[z]} \right] \quad (4.8)$$

$$T_b = T_b' + a \frac{(y^* - \bar{y}_1)}{E[z]} \quad (4.9)$$

4.22 Bestimmung der mittleren Impulsdauer durch Messung der Autokorrelationsfunktion der Blasenimpulsfolge

Die Autokorrelationsfunktion (AKF) $\varphi_{xx}(\tau)$ eines stationären und ergodischen Zufallsprozesses $x(t)$ läßt sich sowohl als Ensemblemittelwert als auch als Zeitmittelwert definieren (vgl. z.B. Schlitt [25]). Beide Definitionen sind über das Ergodentheorem miteinander verknüpft. Die Zeitmitteldefinition der AKF des Vorganges $y'(t)$ lautet

$$\varphi_{y'y'}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} y'(t) y'(t+\tau) dt \quad (4.10)$$

Zur Einsparung von Rechenarbeit wird im Folgenden die AKF nicht für die Folge $y'(t)$ der abgeschnittenen Blasenimpulse (vgl. Abb. 4.2) berechnet sondern für einen Vorgang $x(t)$:

$$x(t) = y'(t) - y^* \quad (4.11)$$

Für die Beziehung zwischen den Autokorrelationsfunktionen der beiden Vorgänge $x(t)$ und $y'(t)$ ergibt sich

$$\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_{y'y'}(\tau) - 2y^* \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} y'(t) dt + (y^*)^2 \quad (4.12)$$

d.h. es ist

$$\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_{y'y'}(\tau) + \text{const.}$$

Der Übergang von $y'(t)$ auf $x(t)$ bedeutet also keine Einschränkung der Allgemeinheit.

Vereinfachend wird für eine erste Rechnung angenommen, daß die Anstiegszeiten a der Blasenimpulse gegenüber den Impulsdauern vernachlässigbar klein sind. Der Vorgang $x(t)$ besteht dann aus einer Folge von Rechteckimpulsen (vgl. Abb. 4.3).

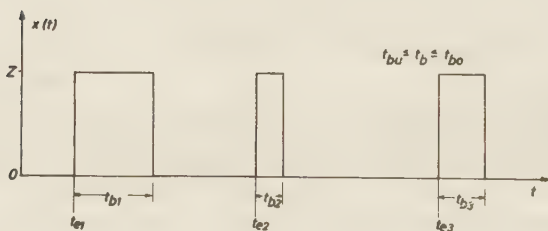


Abb. 4.3: vereinfachtes Modell der Blasenimpulsfolge

Für die Impulshöhe Z gilt

$$Z = E[z] - (y^* - \bar{y}_1)$$

Das zufällige Auftreten der Einschaltpunkte (in den folgenden Strukturdiagrammen stets mit E_p abgekürzt) t_{ei} , $i = 1, 2, \dots$, wird durch die für seltene Ereignisse modifizierte Poissonverteilung der Gl. (3.9) beschrieben.

Für einen kontinuierlichen Zufallsprozeß $x(t)$ lautet die Ensemblemittelwertdefinition der AKF (vgl. z.B. Schlitt [25], Lee [26])

$$\varphi_{xx}(\tau) = \int_{x_1 = -\infty}^{+\infty} \int_{x_2 = -\infty}^{+\infty} x_1 \cdot x_2 \cdot p_{\xi_1, \xi_2}(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2 \quad (4.14)$$

Darin ist in der Schreibweise von Lee [26] $p_{\xi_1, \xi_2}(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2$ die Verbundwahrscheinlichkeit dafür, daß die zur Zeit $t_1 = t$ gehörende Zufallsvariable ξ_1 des Prozesses $x(t)$ im Intervall $(x_1, x_1 + dx_1)$ und die zur Zeit $t_2 = t + \tau$ gehörende Zufallsvariable ξ_2 im Intervall $(x_2, x_2 + dx_2)$ liegt.

Im vorliegenden Fall stellt das Wechseln der Spannung x in der in Abb. 4.3 dargestellten Impulsfolge $x(t)$ einen diskreten Zufallsprozeß dar: die Zufallsvariable des Prozesses kann nur zwei diskrete Werte, entweder $\xi = 0$ oder $\xi = Z$, annehmen. Für einen diskreten Zufallsprozeß folgt aus (4.14)

$$\varphi_{xx}(\tau) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_{1i} \cdot x_{2j} \cdot P_{\xi_1, \xi_2}(x_{1i}, x_{2j}; \tau) \quad (4.15)$$

Darin ist $P_{\xi_1, \xi_2}(x_{1i}, x_{2j}; \tau)$ die Verbundwahrscheinlichkeit dafür, daß die zur Zeit $t_1 = t$ gehörende Zufallsvariable ξ_1 des Prozesses den Wert x_{1i} und die zur Zeit $t_2 = t + \tau$ gehörende Zufallsvariable ξ_2 den Wert x_{2j} hat.

Das Ensemble der x_{1i} bzw. x_{2j} ,

$$i, j = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty,$$

ist das Ensemble der möglichen Realisierungen des Prozesses zur Zeit $t_1 = t$ bzw. zur Zeit $t_2 = t + \tau$.

Mögliche Realisierungen sind hier

$$\begin{array}{lll} \text{zur Zeit } t_1 = t & x_{11} = 0 & x_{12} = Z \\ \text{zur Zeit } t_2 = t + \tau & x_{21} = 0 & x_{22} = Z \end{array} \quad (4.16)$$

Mit (4.16) folgt für die AKF aus (4.15) ein sehr einfacher Ausdruck:

$$\varphi_{xx}(\tau) = Z^2 \cdot \rho_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau) \quad (4.17)$$

Darin ist $P_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau)$ die Verbundwahrscheinlichkeit dafür, daß die zur Zeit $t_1 = t$ gehörende Zufallsvariable ξ_1 den Wert Z und die zur Zeit $t_2 = t + \tau$ gehörende Zufallsvariable ξ_2 ebenfalls den Wert Z hat.

Die Berechnung der AKF $\varphi_{xx}(\tau)$ reduziert sich mit Gl. (4.17) auf die Berechnung einer einzigen Verbundwahrscheinlichkeit (um dieses Ziel zu erreichen, mußte man mit Gl. (4.11) von dem Signal $y'(t)$ auf das Signal $x(t)$ übergehen).

Die Berechnung der Verbundwahrscheinlichkeit $P_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau)$ erfolgt nach dem bereits in Kap. 3.2 geschilderten Verfahren: das zu P_{ξ_1, ξ_2} gehörende Ereignis E wird in alternativ auftretende Elementarereignisse aufgespalten, deren Eintrittswahrscheinlichkeiten sich mit einfachen Ansätzen berechnen lassen.

Das zu P_{ξ_1, ξ_2} gehörende Ereignis E ist:

"Zur Zeit t hat die Zufallsvariable ξ_1 den Wert z und zur Zeit $(t + \tau)$ hat die Zufallsvariable ξ_2 den Wert Z "

Gleichwertig ist die Formulierung

"Zur Zeit t hat die Zufallsvariable ξ_1 den Wert Z und zur Zeit $(t - \tau)$ hat die Zufallsvariable ξ_2 den Wert Z ",

weil nur die Zeitdifferenz τ , nicht aber die Wahl der Zeitpunkte einen Einfluß auf die Wahrscheinlichkeit P_{ξ_1, ξ_2} hat.

Im folgenden wird die letztere Formulierung des Ereignisses E bevorzugt.

Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit $P_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau)$ sind drei verschiedene Bereiche der Zeitverschiebung zu unterschei-



Abb. 4.4

den:

$$0 \leq \tau < t_{bu}$$

$$t_{bu} \leq \tau \leq t_{bo}$$

$$t_{bo} < \tau$$

Sämtliche Alternativen, die im Bereich

$$0 \leq \tau < t_{bu}$$

zum Eintreten des Ereignisses E führen, sind schematisch im Strukturdiagramm der Abb. 4.4 dargestellt.

Die Alternativereignisse und ihre Realisierungen sind in der Abb. 4.5 aufgeführt.

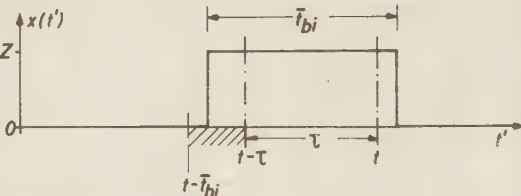
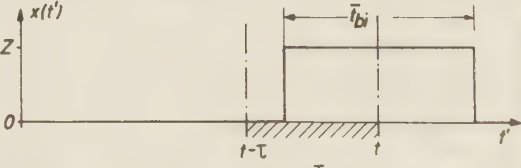
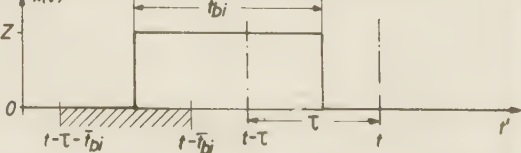
Ereignis	Realisierung des Ereignisses
" zur Zeit t und zur Zeit $(t-\tau)$ wird derselbe Impuls der Klasse $(t_{bi}, t_{bi} + \Delta t_{bi})$, $t_{bu} \leq t_{bi} \leq t_{bo}$, registriert "	
" zur Zeit t wird ein Impuls der Klasse $(t_{bi}, t_{bi} + \Delta t_{bi})$, $t_{bu} \leq t_{bi} \leq t_{bo}$, und zwar nicht derselbe wie zur Zeit $(t-\tau)$, registriert "	
" zur Zeit $(t-\tau)$ wird ein Impuls der Klasse $(t_{bi}, t_{bi} + \Delta t_{bi})$, $t_{bu} \leq t_{bi} \leq t_{bo}$, und zwar nicht derselbe wie zur Zeit t, registriert "	

Abb. 4.5

Mit den bekannten Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten sowie den Gln. (3.9) und (3.13) folgt aus dem Strukturdiagramm für die gesuchte Verbundwahrscheinlichkeit

$$P_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} k(\bar{T}_{b_i} - \tau) w(\bar{T}_{b_i}) \Delta \bar{T}_{b_i} + \left[\sum_{i=1}^{\infty} k \tau w(\bar{T}_{b_i}) \Delta \bar{T}_{b_i} \right]^2 \quad (4.18)$$

$0 \leq \tau < \bar{T}_{b_0}$

Übergang auf kontinuierliche Verteilung der Impulsdauern und anschließende Integration liefert

$$P_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau) = k(T_b - \tau) + (k\tau)^2, \quad 0 \leq \tau < t_{bu} \quad (4.19)$$

Die im Bereich

$$t_{bu} \leq \tau \leq t_{bo}$$

zum Eintreten des Ereignisses E führenden Alternativen sind im Strukturdiagramm der Abb. 4.6 dargestellt.

Die einzelnen Alternativereignisse und ihre Realisierungen sind in der Abb. 4.7 veranschaulicht.

Ereignis	Realisierung des Ereignisses
"zur Zeit t und zur Zeit (t-T) wird derselbe Impuls der Klasse ($t_{b1}, t_{b1} \in \Delta t_{b1}$), $T \in t_{b1} \in t_{b0}$, registriert"	
"zur Zeit (t-T) wird ein Impuls der Klasse ($t_{b1}, t_{b1} \in \Delta t_{b1}$), $t_{bu} \in t_{b1} \in \Delta t_{b1} \in T$, registriert"	
"zur Zeit (t-T) wird ein Impuls der Klasse ($t_{b1}, t_{b1} \in \Delta t_{b1}$), $T \in t_{b1} \in t_{b0}$, und zwar nicht derselbe wie zur Zeit t, registriert"	
"zur Zeit t wird ein Impuls der Klasse ($t_{b2}, t_{b2} \in \Delta t_{b2}$), $t_{bu} \in t_{b2} \in \Delta t_{b2} \in T$, registriert"	
"zur Zeit t wird ein Impuls der Klasse ($t_{b1}, t_{b1} \in \Delta t_{b1}$), $T \in t_{b1} \in t_{b0}$, und zwar nicht derselbe wie zur Zeit (t-T), registriert"	

Abb. 4.7

Für die gesuchte Verbundwahrscheinlichkeit kann man damit aus dem Strukturdiagramm ablesen:

$$P_{\xi_1, \xi_2}(z, z; \tau) = \sum_{i=m}^n k(\bar{t}_{b_i} - \tau) \omega(\bar{t}_{b_i}) \Delta t_{b_i} + \left[\sum_{j=1}^l k\bar{t}_{b_j} \omega(\bar{t}_{b_j}) \Delta t_{b_j} + \sum_{i=m}^n k\tau \omega(\bar{t}_{b_i}) \Delta t_{b_i} \right]^2$$

$$t_{b_0} \leq \tau \leq t_{b_0} \quad (4.20)$$

Übergang auf kontinuierliche Verteilung der Impulsdauern liefert

$$P_{\xi_1, \xi_2}(z, z; \tau) = \int_{t_b = \tau}^{t_{b_0}} k(t_b - \tau) \omega(t_b) dt_b + \left[\int_{t_b = t_{b_0}}^{\tau} k t_b \omega(t_b) dt_b + \int_{t_b = \tau}^{t_{b_0}} k \tau \omega(t_b) dt_b \right]^2$$

$$t_{b_0} \leq \tau \leq t_{b_0} \quad (4.21)$$

Die Verbundwahrscheinlichkeit läßt sich in eine unbedingte und eine bedingte Wahrscheinlichkeit aufspalten:

$$P_{\xi_1, \xi_2}(z, z; \tau) = P_{\xi_1}(z) \cdot P_{\xi_2/\xi_1}(z/z; \tau) \quad (4.22)$$

darin ist

$P_{\xi_1}(z)$ = Wahrscheinlichkeit dafür, daß zu einer beliebigen Zeit t die Zufallsvariable ξ_1 den Wert Z hat

$P_{\xi_2/\xi_1}(z/z; \tau)$ = Wahrscheinlichkeit dafür, daß zu einer beliebigen Zeit $(t + \tau)$ die Zufallsvariable ξ_2 den Wert Z hat, wenn τ Zeiteinheiten zuvor die Zufallsvariable ξ_1 den Wert Z hatte.

Für $\tau > t_{b_0}$ kann zur Zeit $(t + \tau)$ niemals derselbe Impuls wie zur Zeit t registriert werden. Die Ereignisse $\xi_1 = Z$ und $\xi_2 = Z$

sind deswegen stochastisch unabhängig voneinander, d.h. es gilt

$$P_{\xi_2/\xi_1}(Z/Z; \tau) = P_{\xi_2}(z)$$

Weil die Zeitpunkte t und $(t + \tau)$ einander nichts voraushaben, gilt

$$P_{\xi_2}(Z) = P_{\xi_1}(z)$$

Damit folgt

$$P_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau) = [P_{\xi_1}(z)]^2 \quad t_{b0} < \tau \quad (4.23)$$

Aus Gl. (3.18) folgt für gegenüber T_b vernachlässigbare Anstiegszeit a

$$P_{\xi_1}(z) = kT_b \quad (4.24)$$

und damit

$$P_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau) = (kT_b)^2 \quad \text{für } t_{b0} < \tau \quad (4.25)$$

Einsetzen von (4.19) und (4.17) liefert für $\tau = 0$:

$$\varphi_{xx}(0) = Z^2 kT_b \quad (4.26)$$

Mit

$$\phi_{xx}(\tau) = \frac{\varphi_{xx}(\tau)}{\varphi_{xx}(0)} [1] \quad (4.27)$$

wird eine dimensionslose AKF eingeführt. Unter Berücksichtigung der in den verschiedenen Bereichen der Zeitverschiebung τ erhaltenen Lösungen für $P_{\xi_1, \xi_2}(Z, Z; \tau)$ ergibt sich für $\phi_{xx}(\tau)$:

$$\phi_{xx}(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{\tau}{T_b} (1 - k\tau) & 0 \leq \tau < t_{b0} \\ \frac{1}{kT_b} \left\{ \int_{t_b=\tau}^{t_{b0}} k(t_b - \tau) \omega(t_b) dt_b + \left[\int_{t_b=t_{b0}}^{\tau} k t_b \omega(t_b) dt_b + \int_{t_b=\tau}^{t_{b0}} k\tau \omega(t_b) dt_b \right]^2 \right\} & t_{b0} \leq \tau \leq t_{b\infty} \\ kT_b & t_{b0} < \tau \end{cases} \quad (4.28)$$

Die meßtechnisch wichtigste Eigenschaft dieser Lösung zeigt sich, wenn man die Gleichung der Tangente an die Funktion $\phi_{xx}(\tau)$ an der Stelle $\tau = 0$ berechnet. Es ist

$$\psi(\tau) = 1 - \frac{\tau}{T_b} \quad (4.29)$$

d.h. die Anfangstangente schneidet die Abszisse dort, wo die Zeitverschiebung τ gleich dem Erwartungswert der Impulsdauern ist!

Die Rechnung wurde geprüft durch Autokorrelation einer synthetisch hergestellten Zufallsfolge von Rechteckimpulsen stochastisch schwankender Dauer, die durch Zusammenschalten zweier Rauschgeneratoren erzeugt wurde. Das Ergebnis der Messung zeigt die Abb. 4.8 (verwendet wurde ein Korrelator der Fa. Noratom, Mod. ISAC). Aus dem Schnittpunkt der Anfangstangente der AKF mit der Abszisse liest man $T_b = 106$ ms ab, während die Messung einzelner Impulsdauern mit einem elektronischen Zähler eine mittlere Impulsdauer von $T_b = 107,5$ ms liefert.

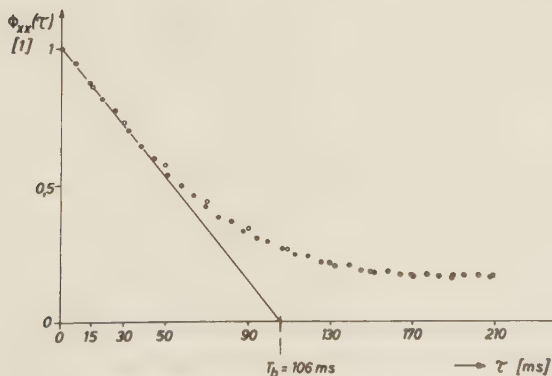


Abb. 4.8: Vergleich gemessener (•) und berechneter (○) AKF

Um einen direkten Vergleich zwischen Messung und Berechnung der AKF durchführen zu können, wurde die gemessene Verteilung der Impulsdauern durch eine Gleichverteilung zwischen einer unteren Grenze t_{bu} (die durch die Schaltung der Rauschgeneratoren vorgegeben wurde) und einer oberen Grenze $t_{bo} = (2T_b - t_{bu})$ approximiert und damit aus Gl. (4.28) die AKF $\phi_{xx}(\tau)_{th}$ berechnet. Die berechneten Funktionswerte, die eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten zeigen, sind mit diesen zusammen in Abb. 4.8 dargestellt.

Leider ist dies Korrelationsverfahren zur Messung der mittleren Blasenimpulsdauer nicht ohne weiteres verwendbar, weil Autokorrelationsfunktionen von Blasenimpulsfolgen (vgl. Abb. 4.9) grundsätzlich nicht den aufgrund der Theorie erwarteten Verlauf zeigen.

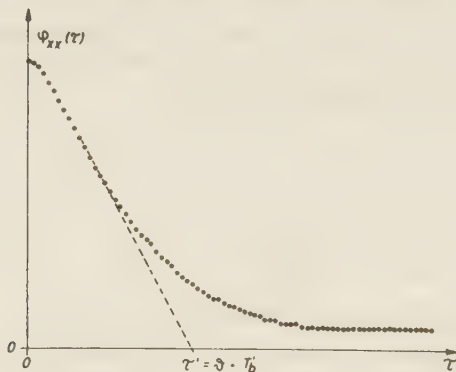


Abb. 4.9: AKF einer Blasenimpulsfolge

Wie Berechnungen von Autokorrelationsfunktionen für periodische Folgen von Impulsen verschiedener Formen erkennen lassen, liegt der Grund dafür in der Form der Blasenimpulse, deren Anstiegszeit offenbar gegenüber der Impulsdauer nicht vernachlässigt werden darf.

Die AKF einer Zufallsfolge von trapezförmigen Impulsen mit stochastisch schwankenden Impulsdauern t_b' und Anstiegsseiten a' (vgl. Abb. 4.2) läßt sich für kleine Zeitverschiebungen τ aus der Zeitmitteldefinition der Gl. (4.10) berechnen, indem das Integral der Definitionsgleichung aufgelöst wird in die Summe der Einzelintegrationen über jeweils korrespondierende Impulse. Ergebnis dieser langwierigen Rechnungen, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll, ist eine AKF, die denselben Verlauf wie die in Abb. (4.9) dargestellte gemessene Funktion zeigt. Die Rechnung zeigt, daß die Wendetangente dieser AKF die Abszisse bei einem Wert τ' schneidet, der in definierter Weise mit der mittleren Impulsdauer T_b' verknüpft ist:

$$\tau' = \vartheta \cdot T_b'$$

Bei Kenntnis der Anstiegszeit a' läßt sich mit Hilfe der Abb. 4.10 der Korrekturfaktor ϑ iterativ bestimmen. Für $T_b' \gg a'$ ($\approx$ Rechteckimpuls) ergibt sich $\vartheta \approx 1$, für Dreiecksimpulse konstanter Impulsdauer $T_b' = a'$ erreicht ϑ einen Maximalwert von 1,22.

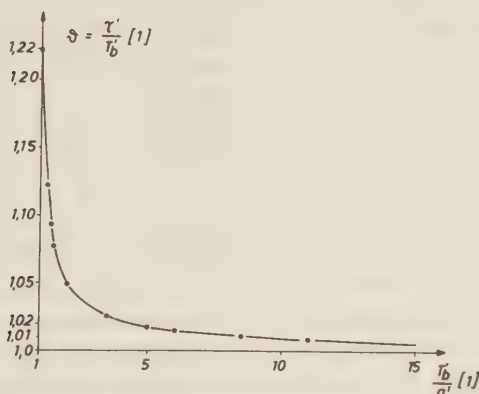


Abb. 4.10: Korrekturfaktor zur Bestimmung der mittleren Blasenimpulsdauer aus der AKF der Blasenimpulsfolge

Mit Hilfe von Gl. (4.9) läßt sich aus T_b' die gesuchte mittlere Impulsdauer T_b der Blasenimpulse berechnen.

4.23 Bestimmung der mittleren Impulsdauer mit Hilfe zweier elektronischer Zähler

Das in Abb. 4.1 dargestellte Signal $U''(t)$ besteht aus einer Zufallsfolge von Rechteckimpulsen stochastisch schwankender Dauern. Die Dauer t_{gi} eines einzelnen Impulses ist gleich der Toröffnungsdauer beim Registrieren eines Blasenimpulses. Mit dem Signal $U''(t)$ läßt sich ein elektronischer Zähler triggern.

Mit speziellen elektronischen Zählern lassen sich nicht nur Anzahlen von Ereignissen oder Zeitintervalle, sondern auch Summen von Zeitintervallen zählen. Ein solcher Zähler (Fa. Grundig, Mod. UZ 83) wird im Meßaufbau der Abb. 4.11 verwendet:

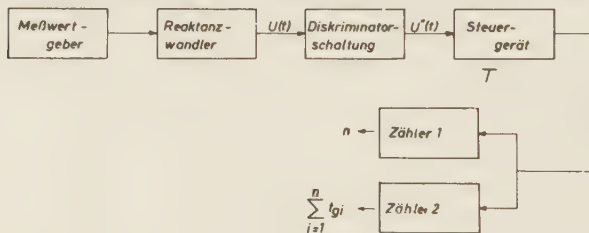


Abb. 4.11: Versuchsaufbau zur Messung der mittleren Blasenimpulsdauer

Ein Steuergerät gibt während einer vorwählbaren Meßdauer T das Signal $U''(t)$ auf zwei Zähler, von denen der eine die Zahl n der Blasenimpulse innerhalb der Meßdauer und der andere die Summe der zu den jeweiligen Blasenimpulsen gehörenden Toröffnungsdauern t_{gi} zählt. Für eine hinreichend große Meßdauer T gilt dann

$$k = \frac{n}{T} \quad (4.30)$$

und

$$T_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{gi} \quad (4.31)$$

Mit Hilfe von Gl. (4.7) läßt sich dann aus der mittleren Toröffnungs-dauer T_g die gesuchte Blasenimpulsdauer T_b berechnen (vgl. Abb. 4.2).

Wichtig ist, daß der zum Summieren der Toröffnungszeiten verwendete Zähler die Meßwerte möglichst schnell verarbeitet: die Zeit t_{zmin} (vgl. Abb. 4.1) die zwischen 2 Impulsen mindestens liegen muß, damit beide Impulsdauern getrennt voneinander und richtig gezählt werden, sollte möglichst klein sein. Der Grundig-Zähler UZ 83 ist in dieser Beziehung das schnellste gegenwärtig auf dem Markt befindliche Gerät. Für ihn gilt $t_{zmin} = 0,1$ ms, was für den vorliegenden Anwendungsfall ausreichend ist.

4.24 Vergleich der Meßmethoden

Der Vergleich der beiden Meßmethoden fällt eindeutig zugunsten der Zähler-Meßmethode aus: mit Hilfe der Korrelationsmeßmethode bestimmte Impulsdauern T_b liegen 10 bis 20 % über den Werten, die mit der Zählermethode gemessen werden. Der Grund dafür ist in der Form der Blasenimpulse zu suchen (vgl. Abb. 4.12): während das Trapezimpulsmodell für den nicht abgeschnittenen Blasenimpuls eine recht gute Näherung darstellt, ist dasselbe Modell für viele der abgeschnittenen Blasenimpulse eine schlechte Näherung, weil viele Impulse in ihrem oberen Bereich mehr oder weniger stark abgerundet sind. Das bedeutet: wenn man aus einer AKF-Messung den Abszissenwert τ' abliest, mit der nach Gl. (4.3) berechneten Anstiegszeit a' den Korrekturfaktor ψ bestimmt und dann aus

$$T_b' = \frac{\tau'}{\psi}$$

die Impulsdauer berechnet, so muß diese Impulsdauer zu hoch ausfallen, weil in Wirklichkeit die maßgebende Anstiegszeit - bedingt durch die Abrundung der Impulse - um ein unbekanntes Maß größer ist als die aus Gl. (4.3) berechnete Anstiegszeit.

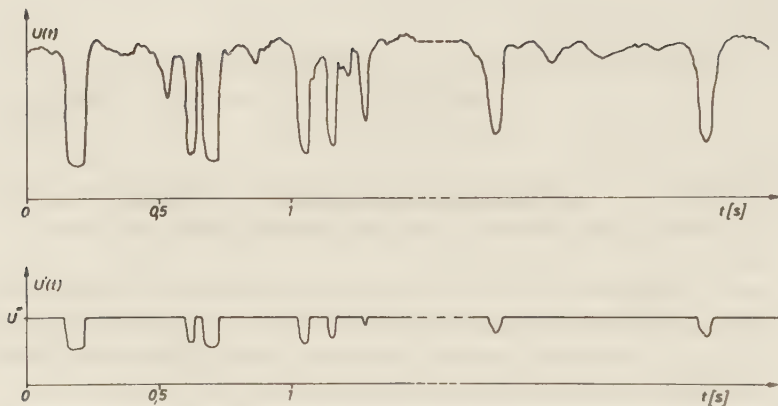


Abb. 4.12: Gebersignal

Bei der Messung der Toröffnungsdauer t_g mit dem Zähler befindet man sich in den weitaus meisten Fällen noch unterhalb des Bereiches, innerhalb dessen die Impulse abgerundet sind. Weil im geraden Teil der Impulsflanken gemessen wird, kann das Trapezimpulsmodell mit der aus Gl. (4.3) bestimmten Anstiegszeit hier zur Berechnung der mittleren Impulsdauer T_b aus der mittleren Toröffnungsdauer T_g verwendet werden.

Die Zählermessung ist der Korrelationsmessung zur Bestimmung der mittleren Blasenimpulsdauer T_b also vorzuziehen.

4.3 Bestimmung der mittleren Steiggeschwindigkeit $\bar{v}_b$ der

Blasen am Ort des Meßwertgebers

Die grundsätzliche Anordnung zur Messung individueller Blasenauftiegszeiten zeigt die folgende Abb. 4.13.

Zwei Meßwertgeber werden übereinander im Abstand s voneinander angeordnet. Eine senkrecht aufsteigende Blase löst zuerst am unteren, dann am oberen Meßwertgeber einen Impuls aus. Der Impulsabstand t_a wird gemessen und daraus die Aufstiegsgeschwindigkeit v_b berechnet nach

$$v_b = \frac{s}{t_a} \quad (4.32)$$

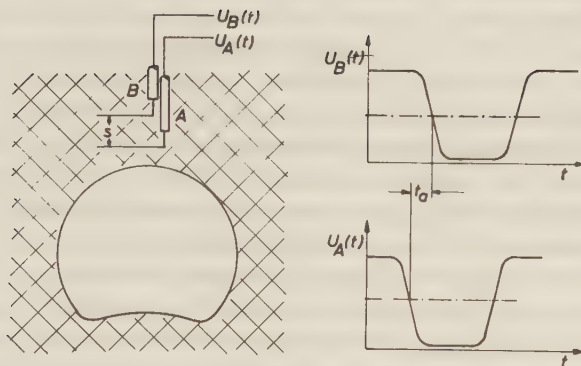


Abb. 4.13: Messung von Blasenauftiegs-geschwindigkeiten

(der horizontale Versatz der beiden Meßwertgeber gegeneinander, der tatsächlich etwa 1 mm beträgt, kann, weil klein gegenüber realen Blasenabmessungen, unberücksichtigt bleiben).

Rowe [22] wendet gegen diese Art der Steiggeschwindigkeitsmessung mit zwei übereinander angeordneten Sonden ein, daß es Schwierigkeiten geben kann, zusammengehörige Blasen in den Signalen $U_A(t)$ und $U_B(t)$ zu identifizieren, weil Blasen auf ihrem Steigweg zwischen den beiden Gebern aufspalten, koaleszieren oder von der vertikalen Steigrichtung abweichen können. Im vorliegenden Fall ist dieser Einwand gegenstandslos, da die Meßwertgeber so konstruiert wurden, daß der Abstand s mit etwa 3 mm klein ist gegen die mittleren Blasenabmessungen.

Wie Rowe's Argumentation zu entnehmen ist, kann er sich offenbar nicht von der Vorstellung der Geschwindigkeitsmessung individueller Blasen lösen, deren Genauigkeit er durch eine Vielzahl zufälliger Einflüsse beeinträchtigt sieht. Die Konsequenz wird von ihm auch hier nicht erkannt: der stochastischen Natur der Vorgänge im Blasenfließbett muß durch adäquate Meßmethoden Rech-

nung getragen werden! Für die Steiggeschwindigkeitsmessung heißt das zunächst: der Impulsabstand t_a muß als stochastische Variable aufgefaßt werden.

Die Gründe dafür sind:

1. Die Existenz einer Blasengrößenverteilung am Ort des Gebers; aus Versuchen mit isoliert aufsteigenden Einzelblasen ist bekannt, daß unterschiedlich große Blasen unterschiedlich schnell aufsteigen (vgl. z.B. Davidson und Harrison [27])
2. Die Beeinflussung der Steiggeschwindigkeit einer einzelnen Blase durch die Nähe und Größe benachbarter Blasen (z.B. bei spontan sich bildenden Ketten von Blasen, die sehr rasch hintereinander aufsteigen, vgl. z.B. Godard und Richardson [14])
3. Die Steiggeschwindigkeitsbeeinflussung in der vorbereitenden Phase der Blasenkoaleszenz (vgl. z.B. Rowe [22])

Die individuellen Impulsabstände t_{a1} besitzen eine Verteilung $w_a(t_a)$, deren Erwartungswert $E[t_a]$ gemessen werden kann.

Eine lokale mittlere Blasenauftiegs geschwindigkeit $\bar{v}_b$ läßt sich dann definieren durch

$$\bar{v}_b = \frac{s}{E[t_a]} \quad (4.33)$$

Für injizierte, einzeln aufsteigende Blasen in Fließbetten, die sich im Zustand der Minimalfluidisation befinden, gibt es eine Beziehung zwischen Blasengröße und Steiggeschwindigkeit (vgl. z.B. Davidson und Harrison [27]):

$$v_{b1} = 0,711 \cdot \sqrt{gD_1} \quad (4.34)$$

(D_1 = Durchmesser der volumengleichen Kugel). Prinzipiell ließe sich mit Hilfe einer solchen Relation aus der Blasengrößenverteilung am Ort des Gebers ein Erwartungswert $E[v_b]$ der Steiggeschwindigkeitsverteilung ableiten. Im realen Fließbett ist dieses Vorgehen nicht sinnvoll.

Vielmehr muß berücksichtigt werden, daß Gl. (4.34) nur im statistischen Mittel gilt. Individuelle Meßwerte der Steiggeschwindigkeit zeigen auch bei isoliert aufsteigenden Einzelblasen gleicher Größe eine sehr starke Streuung, wie die Experimente von Rowe und Matsuno [28] gezeigt haben.

Außerdem sind reale Blasenfließbetten bei Gasgeschwindigkeiten, die nicht gerade in unmittelbarer Nähe des Lockerungspunktes liegen, durch große Blasenanzahlen pro Einheit des Bettvolumens und entsprechend hohe Koaleszenzraten gekennzeichnet. Die Folge ist, daß - bedingt durch die permanenten hydrodynamischen Wechselwirkungen der Blasen untereinander - keine Korrelation zwischen momentaner individueller Steiggeschwindigkeit und der zugehörigen Blasengröße mehr erkennbar ist, wie die in der Abb. 4.14 wiedergegebenen Messungen von Godard und Richardson [14] gezeigt haben.

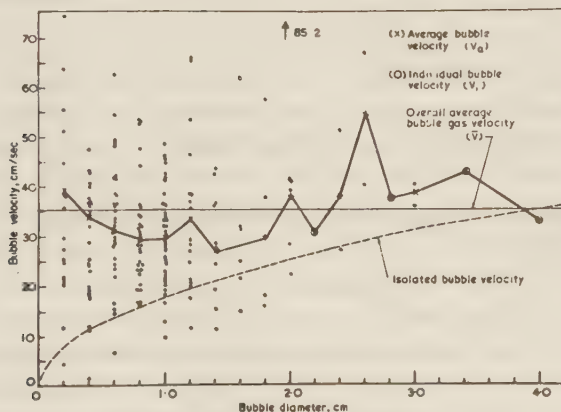


Fig. 2. Measured bubble velocity vs. bubble diameter.

Abb. 4.14: (nach [14])

Die durch Gl. (4.33) auf die Messung eines mittleren Impulsabstandes $E[t_g]$ zurückgeführte Geschwindigkeitsmessung soll mittels einer Korrelationsmessung durchgeführt werden.

Die Korrelationstechnik ist zur Geschwindigkeitsmessung bereits mehrfach verwendet worden, z.B. von Butterfield, Bryant und

Dowsing [29], allerdings in den meisten Fällen nur für die Geschwindigkeitsmessung von sich bewegenden, aber innerlich zusammenhängenden Strukturen, z.B. Papierbahnen, deren sämtliche Elemente sich mit derselben Geschwindigkeit bewegen. Die Geschwindigkeitsmessung erfolgt derart, daß zwei Meßwertgeber, in Laufrichtung der Struktur hintereinander angeordnet, die vorbeiziehende Struktur in elektrische Signale $x(t)$ und $y(t)$ umsetzen. Da alle Elemente der Struktur sich mit derselben Geschwindigkeit bewegen, sind die beiden Signale bis auf eine konstante Zeitverschiebung t_a identisch, d.h. es gilt

$$y(t) = x(t - t_a)$$

Einsetzen dieser Beziehung in die analog zur AKF definierte Kreuzkorrelationsfunktion (KKF)

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) y(t + \tau) dt \quad (4.35)$$

liefert

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) x(t - t_a + \tau) dt \quad (4.36)$$

Ein Vergleich von (4.36) mit der Definitionsgleichung (4.10) der AKF zeigt, daß gilt

$$\varphi_{xy}(\tau) = \varphi_{xx}(\tau - t_a) \quad (4.37)$$

Die KKF ist also in diesem Fall lediglich eine um die Laufzeit t_a verschobene AKF. Da die AKF an der Stelle $\tau = 0$ ihren Maximalwert besitzt, folgt: die Funktion $\varphi_{xy}(\tau)$ besitzt an der Stelle $\tau = t_a$ ein Maximum. Der Abszissenwert des Maximums der gemessenen KKF liefert damit die gesuchte Laufzeit t_a , aus der sich bei bekanntem Geberabstand die Geschwindigkeit der sich bewegenden Struktur bestimmen läßt.

Bei der Steiggeschwindigkeitsmessung im Blasenfließbett liegen kompliziertere Verhältnisse vor: der Impulsabstand t_a ist eine

stochastische Variable und Messungen zeigen, daß die KKF nicht identisch ist mit einer laufzeitverschobenen AKF, sondern einen anderen Verlauf besitzt (Abb. 4.15).

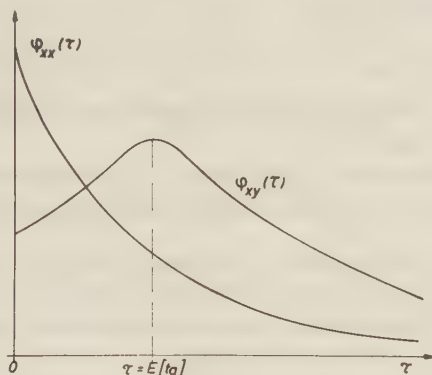


Abb. 4.15

Es ist deshalb durchaus fraglich, ob das Maximum der KKF gerade dort liegt, wo die Zeitverschiebung τ gleich dem Erwartungswert der Impulsabstände t_a ist. Über ein mathematisches Modell soll deswegen die Lage des Maximums der KKF berechnet werden.

Da Experimente zeigen, daß die Lage des Maximums unabhängig davon ist, ob jeweils Signale $U(t)$, $U'(t)$ oder $U''(t)$ gekreuzkorreliert werden (zur Definition der Signale vgl. Kap. 4.1 und Abb. 4.1), geht man zweckmäßig von dem einfachsten Signal, von $U''(t)$, aus. Für die zu korrelierenden Signale wird definiert

$$x(t) = Z - U_A''(t) \quad (4.38)$$

$$y(t) = Z - U_B''(t) \quad (4.39)$$

mit

$$Z = 4 \text{ Volt}$$

wobei $U_A''(t)$ vom unteren, $U_B''(t)$ vom oberen Geber herrühren soll.

In den Signalen $x(t)$ bzw. $y(t)$ erscheinen die Blasen als Rechteckimpulse mit konstanter Höhe Z und zufällig schwankender Dauer t_g

(vgl. Abb. 4.1).

Für t_g gilt

$$t_{gu} \leq t_g \leq t_{go}.$$

Für die Impulsabstände t_a gilt

$$t_{au} \leq t_a \leq t_{ao}.$$

Zwischen t_g und t_a kann stochastische Unabhängigkeit vorausgesetzt werden (vgl. Kap. 4.41).

Es wird ferner vereinfachend angenommen, daß korrespondierende Impulsdauern t_g am unteren und oberen Geber gleich groß sind.

Durch die Rechnung soll lediglich die genaue Lage des in der Nähe von $\tau = E[t_a]$ zu erwartenden Maximums der KKF bestimmt werden. Es genügt daher eine Beschränkung der Rechnung auf den folgenden Bereich der Zeitverschiebung τ :

$$t_{au} \leq \tau \leq t_{ao}$$

Ausgehend von der Definition (4.35) der KKF wird jetzt die Forderung nach hinreichend seltenem Auftreten der Blasen dahingehend präzisiert, daß bei der Berechnung des Integrals der Gl. (4.35) nur jeweils korrespondierende Impulse miteinander korreliert werden sollen. Eine Betrachtung der beiden um τ Zeiteinheiten gegeneinander verschobenen Impulsfolgen $x(t)$ und $y(t)$ zeigt, daß diese Forderung für

$$t_{au} \leq \tau \leq t_{ao}$$

erfüllt ist, wenn im Zeitintervall

$$(t, t + t_{go} + t_{ao} - t_{au})$$

höchstens ein Einschaltpunkt liegt, d.h. wenn gilt

$$k(t_{go} + t_{ao} - t_{au}) \ll 1. \quad (4.40)$$

Wenn diese Bedingung erfüllt ist, läßt sich das Integral der Gl. (4.35) auflösen in eine Summe von Einzelintegrationen über jeweils korrespondierende Impulse:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \sum_{r=1}^{2n} S_r \quad (4.41)$$

worin $2n$ = Zahl der Impulse im Intervall $(-T, +T)$. Für die einzelnen Integrale S_r liest man aus Abb. 4.16 ab:

$$S_r = \begin{cases} 0 & \tau \leq t_{ar} - t_{gr} \\ Z^2(t_{gr} - t_{ar} + \tau) & t_{ar} - t_{gr} \leq \tau \leq t_{ar} \\ Z^2(t_{gr} + t_{ar} - \tau) & t_{ar} \leq \tau \leq t_{ar} + t_{gr} \\ 0 & t_{ar} + t_{gr} \leq \tau \end{cases} \quad (4.42)$$

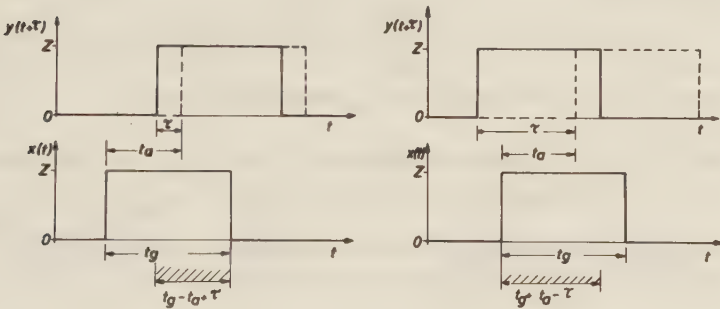


Abb. 4.16: Impulsmodell

Mit Klassierung der S_r und gleichzeitigem Grenzübergang $T \rightarrow \infty$ folgt für die KKF:

$$\varphi_{xy}(\tau) = k \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^p S(\bar{t}_{ai}, \bar{t}_{gj}, \tau) w(\bar{t}_{ai}, \bar{t}_{gj}) \Delta t_{ai} \Delta t_{gj} \quad (4.43)$$

Darin ist

$$k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2n}{2T} \quad (4.1)$$

und

$w(\bar{t}_{ai}, \bar{t}_{gj}) \Delta t_{ai} \Delta t_{gj}$ = Wahrscheinlichkeit dafür, daß für eine beliebige Impulskombination des Ensembles die Impulsdauer in $(t_{gj}, t_{gj} + \Delta t_{gj})$ und der Impulsabstand in $(t_{ai}, t_{ai} + \Delta t_{ai})$ liegt

Stochastische Unabhängigkeit zwischen t_a und t_g liefert

$$\varphi_{xy}(\tau) = k \cdot \sum_{j=1}^q \left\{ \sum_{i=1}^p S(\bar{t}_{ai}, \bar{t}_{gj}, \tau) w_a(\bar{t}_{ai}) \Delta t_{ai} \right\} w(\bar{t}_{gj}) \Delta t_{gj} \quad (4.44)$$

Damit folgt

$$\varphi_{xy}(\tau) = k \cdot \sum_{j=1}^q F(\bar{t}_{gj}, \tau) w(\bar{t}_{gj}) \Delta t_{gj} \quad (4.45)$$

mit

$$F(\bar{t}_{gj}, \tau) = \sum_{i=1}^p S(\bar{t}_{ai}, \bar{t}_{gj}, \tau) w_a(\bar{t}_{ai}) \Delta t_{ai} \quad (4.46)$$

Übergang auf eine kontinuierliche Verteilung der t_a liefert für $F(\bar{t}_{gj}, \tau)$

$$F(t_g, \tau) = \int_{t_{au}}^{t_{ao}} S(t_a, t_g, \tau) w_a(t_a) dt_a \quad (4.47)$$

worin statt $\bar{t}_{gj}$ vereinfachend t_g geschrieben wurde.

$F(t_g, \tau)$ ist die Summe der Integrale S über alle Impulsabstände t_a für alle Impulsdauern im Intervall $(t_{gj}, t_{gj} + \Delta t_{gj})$.

Im folgenden wird mit den Einzelintegralen S_{ν} nach Gl. (4.42) die Funktion $F(t_g, \tau)$ im Bereich der Zeitverschiebung

$$t_{au} \leq \tau \leq t_{ao}$$

berechnet, wobei verschiedene Bereiche der Impulsdauer t_g zu unterscheiden sind. Anschließend wird geprüft, ob bzw. bei welchem Wert der Zeitverschiebung τ die Funktion $F(t_g, \tau)$ ein Maximum in τ besitzt.

Aus Gl. (4.42) folgt

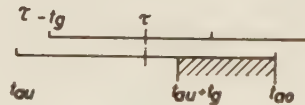
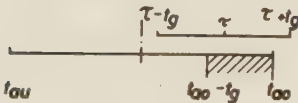
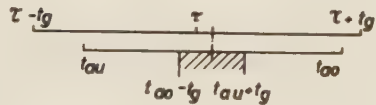
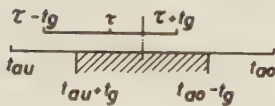
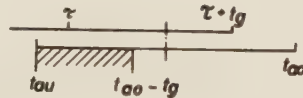
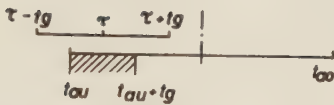
$$S(t_a, t_g, \tau) = \begin{cases} 0 & t_a < \tau - t_g \\ z^2(t_g + t_a - \tau) & \tau - t_g \leq t_a \leq \tau \\ z^2(t_g - t_a + \tau) & \tau \leq t_a \leq \tau + t_g \\ 0 & \tau + t_g < t_a \end{cases} \quad (4.48)$$

Für Impulsdauern $t_g \geq (t_{ao} - t_{au})$ folgt daraus

$$F = \int_{t_a = t_{au}}^{\tau} z^2(t_g + t_a - \tau) \omega_e(t_a) dt_a + \int_{t_a = \tau}^{t_{ao}} z^2(t_g - t_a + \tau) \omega_e(t_a) dt_a \quad t_{au} \leq \tau \leq t_{ao} \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = - \int_{t_a = t_{au}}^{\tau} z^2 \omega_e(t_a) dt_a + \int_{t_a = \tau}^{t_{ao}} z^2 \omega_e(t_a) dt_a \quad t_{au} \leq \tau \leq t_{ao} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \tau^2} = - 2 z^2 \omega_e(\tau) \quad t_{au} \leq \tau \leq t_{ao} \quad (4.51)$$



$$0 < t_g \leq \frac{1}{2} (t_{ao} - t_{au})$$

$$\frac{1}{2} (t_{ao} - t_{au}) < t_g \leq (t_{ao} - t_{au})$$

Abb. 4.17

Im Bereich

$$0 < t_g \leq \frac{1}{2} (t_{ao} - t_{au})$$

gilt (vgl. Abb. 4.17):

$$F = \begin{cases} \int_{t_{au}}^{\tau} z^2(t_g + t_a - \tau) u_a(t_a) dt_a + \int_{t_a=\tau}^{\tau+t_g} z^2(t_g - t_a + \tau) u_a(t_a) dt_a & t_{au} \leq \tau \leq t_{au} + t_g \\ \int_{\tau-t_g}^{\tau} z^2(t_g + t_a - \tau) u_a(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{\tau+t_g} z^2(t_g - t_a + \tau) u_a(t_a) dt_a & t_{au} + t_g < \tau < t_{ao} - t_g \\ \int_{\tau-t_g}^{\tau} z^2(t_g + t_a - \tau) u_a(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{t_{ao}} z^2(t_g - t_a + \tau) u_a(t_a) dt_a & t_{ao} - t_g \leq \tau \leq t_{ao} \end{cases} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \begin{cases} - \int_{t_{au}}^{\tau} z^2 u_a(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{\tau+t_g} z^2 u_a(t_a) dt_a & t_{au} \leq \tau \leq t_{au} + t_g \\ - \int_{\tau-t_g}^{\tau} z^2 u_a(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{\tau+t_g} z^2 u_a(t_a) dt_a & t_{au} + t_g < \tau < t_{ao} - t_g \\ - \int_{\tau-t_g}^{\tau} z^2 u_a(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{t_{ao}} z^2 u_a(t_a) dt_a & t_{ao} - t_g \leq \tau \leq t_{ao} \end{cases} \quad (4.50a)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \tau^2} = \begin{cases} - z^2 u_a(\tau) + z^2 u_a(\tau + t_g) & t_{au} \leq \tau \leq t_{au} + t_g \\ - z^2 u_a(\tau) + z^2 u_a(\tau - t_g) + z^2 u_a(\tau + t_g) & t_{au} + t_g < \tau < t_{ao} - t_g \\ - z^2 u_a(\tau) + z^2 u_a(\tau - t_g) & t_{ao} - t_g \leq \tau \leq t_{ao} \end{cases} \quad (4.50b)$$

Im Bereich

$$\frac{1}{2} (t_{ao} - t_{au}) \leq t_g < t_{ao} - t_{au}$$

gilt (vgl. Abb. 4.17):

$$F = \begin{cases} \int_{t_{au}}^{\tau} z^2(t_g + t_a - \tau) \omega_e(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{\tau+t_g} z^2(t_g - t_a + \tau) \omega_e(t_a) dt_a & t_{au} \leq \tau < t_{ao} - t_g \\ \int_{t_{au}}^{\tau} z^2(t_g + t_a - \tau) \omega_e(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{t_{ao}} z^2(t_g - t_a + \tau) \omega_e(t_a) dt_a & t_{ao} - t_g \leq \tau \leq t_{au} + t_g \\ \int_{\tau-t_g}^{\tau} z^2(t_g + t_a - \tau) \omega_e(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{t_{ao}} z^2(t_g - t_a + \tau) \omega_e(t_a) dt_a & t_{au} + t_g < \tau \leq t_{ao} \end{cases} \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \begin{cases} - \int_{t_{au}}^{\tau} z^2 \omega_e(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{\tau+t_g} z^2 \omega_e(t_a) dt_a & t_{au} \leq \tau < t_{ao} - t_g \\ - \int_{t_{au}}^{\tau} z^2 \omega_e(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{t_{ao}} z^2 \omega_e(t_a) dt_a & t_{ao} - t_g \leq \tau \leq t_{au} + t_g \\ - \int_{\tau-t_g}^{\tau} z^2 \omega_e(t_a) dt_a + \int_{\tau}^{t_{ao}} z^2 \omega_e(t_a) dt_a & t_{au} + t_g < \tau \leq t_{ao} \end{cases} \quad (4.51a)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \tau^2} = \begin{cases} - 2 z^2 \omega_e(\tau) + z^2 \omega_e(\tau + t_g) & t_{au} \leq \tau < t_{ao} - t_g \\ - 2 z^2 \omega_e(\tau) & t_{ao} - t_g \leq \tau \leq t_{au} + t_g \\ - 2 z^2 \omega_e(\tau) + z^2 \omega_e(\tau - t_g) & t_{au} + t_g < \tau \leq t_{ao} \end{cases} \quad (4.51b)$$

Aus den Gln. (4.49) bis (4.51) folgt, daß die Lage des Maximums der KKF von der Form der Verteilung der Impulsabstände t_a abhängt:

- 1.) Wenn die Verteilung $w_a(t_a)$ eine symmetrische Verteilung ist, so gilt:

die Funktion $F(t_g, \tau)$ besitzt - unabhängig von der Impulsdauer t_g - als Funktion der Zeitverschiebung τ ein Maximum an der Stelle

$$\tau = t_{a \text{ med}} = E[t_a]$$

wobei der Medianwert $t_{a \text{ med}}$ definiert ist durch

$$\int_{t_a = t_{au}}^{t_{a \text{ med}}} w_a(t_a) dt_a = 0,5 \quad (4.53)$$

Die Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{xy}(\tau)$ setzt sich nach Gl. (4.45) additiv aus den Funktionen $F(\bar{t}_{gj}, \tau)$, die jeweils mit von τ unabhängigen Faktoren $w(\bar{t}_{gj}) \cdot \Delta t_{gj}$ multipliziert werden, zusammen. Damit folgt: auch die Funktion $\varphi_{xy}(\tau)$ besitzt im Falle symmetrischer Verteilung der t_a ein Maximum an der Stelle

$$\tau = E[t_a] .$$

Messungen zeigen, daß die Verteilung der Impulsabstände nicht symmetrisch ist; charakteristisch ist die in der Abb. 4.18 schematisch dargestellte Verteilungsform. Für diesen Fall ergibt sich aus den Gln. (4.49) bis (4.51), daß das Maximum der Funktion $F(t_g, \tau)$ - und damit auch das Maximum der KKF - abhängt vom Verhältnis der individuellen Impulsdauer t_g zur Breite ($t_{ao} - t_{au}$) der t_a -Verteilung.

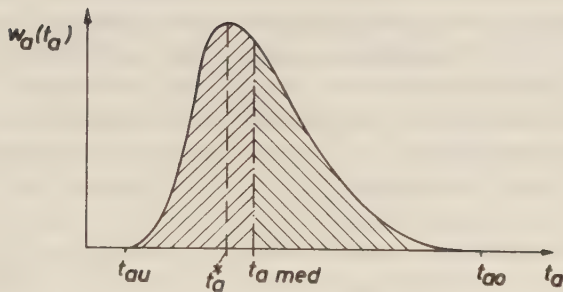


Abb. 4.18

2.) Wenn die Verteilung der Impulsabstände die in der Abb. 4.18 schematisch dargestellte asymmetrische Form besitzt, folgt aus den Gln. (4.50) bis (4.51):

a) für $t_g \geq (t_{ao} - t_{au})$ besitzt die Funktion $F(t_g, \tau)$ ein Maximum bei

$$\tau = t_a \text{ med}$$

b) für $0,5(t_{ao} - t_{au}) \leq t_g < (t_{ao} - t_{au})$ ist die Lage des Maximums abhängig von der Impulsdauer t_g und von der Form der Verteilung $w_a(t_a)$. Für den Abszissenwert des Maximums gilt

$$\tau \leq t_a \text{ med}$$

c) für $0 < t_g < 0,5(t_{ao} - t_{au})$ ist die Lage des Maximums abhängig von der Impulsdauer t_g und von der Form der Verteilung $w_a(t_a)$. Für den Abszissenwert des Maximums gilt

$$\tau < t_a \text{ med}$$

Im Grenzfall $t_g \rightarrow 0$ (bzw. $t_g \ll (t_{ao} - t_{au})$) liegt das Maximum der Funktion F bei

$$\tau = t_a^*$$

(t_a^* = häufigster Wert der $w_a(t_a)$ -Verteilung, vgl. Abb. 4.18).

Man erhält aus diesen Rechnungen einen Hinweis für eine zweckmäßige Konstruktion der Meßwertgeber für die Steiggeschwindigkeitsmessung:

durch die Konstruktion sollte sichergestellt werden, daß die Lage des Maximums der KKF unabhängig von der Verteilung der Impulsdauern ist. Aus der Rechnung folgt, daß bei den üblicherweise vorliegenden asymmetrischen $w_a(t_a)$ -Verteilungen nur dann das Maximum der KKF an der Stelle

$$\tau = t_a \text{ med}$$

liegt, wenn die Bedingung

$$t_g \geq (t_{ao} - t_{au}) \quad (4.54)$$

erfüllt ist.

Mit

$$t_b \approx t_g$$

und

$$t_{bu} \approx a = \frac{l_G}{v_b} \quad (4.55)$$

folgt nach Einsetzen in (4.54) die Konstruktionsvorschrift

$$s \leq \frac{E[t_a]}{(t_{ao} - t_{au})} \cdot l_G \quad (4.56)$$

Aufgrund experimenteller Erfahrung gilt näherungsweise

$$E[t_a] \approx t_{ao} - t_{au} \quad (4.57)$$

Damit folgt als Anhaltspunkt für die Konstruktion

$$s \leq l_G, \quad (4.58)$$

d.h. der Geberabstand s sollte so klein wie möglich gewählt werden! Andererseits sollte von der Elektronik her wegen der möglichen gegenseitigen Beeinflussung der beiden Geber gelten

$$s > l_G.$$

Als Kompromiß wurde für den im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten Geber gewählt:

$$s = 3,6 \text{ mm bei } l_G = 3 \text{ mm},$$

womit die Forderung (4.56) noch hinreichend genau erfüllt sein dürfte.

Durch die Wahl des Geberabstandes s nach der Vorschrift der Gl. (4.56) wird es erst möglich, gemessene Kreuzkorrelationsfunktionen verlässlich zu interpretieren, weil nur dann gilt, daß der Abszissenwert des Maximums gleich dem Medianwert $t_{a \text{ med}}$ der Verteilung der Impulsabstände ist.

Wie Messungen von Impulsabstandsverteilungen ergeben haben, kann der Unterschied zwischen dem Medianwert $t_{a \text{ med}}$ und dem Erwartungswert $E[t_a]$ im vorliegenden Fall vernachlässigt werden, d.h. bei der Messung von Blasenauftiegs-geschwindigkeiten durch Kreuzkorrelation liegt das Maximum der KKF an der Stelle

$$\tau \approx E[t_a] .$$

Durch Messung der KKF läßt sich also die mittlere Steigzeit der Blasen zwischen 2 vertikal übereinanderangeordneten Meßwertgebern und damit aus Gl. (4.33) die mittlere Steiggeschwindigkeit $\bar{v}_b$ der Blasen bestimmen.

4.4 Beschreibung des lokalen Fluidisationszustandes durch die Größen $E[l]$, ε_b , $\dot{V}_b$

Die drei bisher abgeleiteten lokalen Meßgrößen k - Zahl der Blasen, die den Meßwertgeber pro Zeiteinheit treffen - , T_b - mittlere Blasenimpulsdauer - und $\bar{v}_b$ - lokale mittlere Blasenauftiegsgeschwindigkeit - sind für sich allein wenig aussagekräftig. Aus ihnen lassen sich aber wichtige Größen ableiten.

4.41 Die mittlere Blasendurchstoßlänge $E[l]$

Für eine individuelle Durchstoßlänge l_i gilt

$$l_i = v_{b1} \cdot t_{b1} \quad (4.59)$$

Da die Messungen von Godard und Richardson [4] ergeben haben, daß im realen Blasenfließbett aufgrund der permanenten hydrodynamischen Wechselwirkungen der Blasen untereinander keine Korrelation

zwischen momentaner individueller Steiggeschwindigkeit und der zugehörigen Blasengröße erkennbar ist (vgl. Abb. 4.14), besteht Grund zu der Annahme, daß in dem durch hohe Blasenkoaleszenzraten charakterisierten realen Blasenfließbett individuelle Steiggeschwindigkeit v_{bi} und individuelle Impulsdauer t_{bi} voneinander stochastisch unabhängig sind.

Damit folgt für die Durchstoßlängenmessung: zu einer gemessenen mittleren Impulsdauer t_b kann jede beliebige Geschwindigkeit v_b des Ensembles gehören. Im statistischen Mittel erhält man dann die zu t_b gehörende Durchstoßlänge l aus

$$l = \int_{v_b = v_{bmin}}^{v_{bmax}} v_b \cdot t_b \cdot w(v_b) \, dv_b \quad (4.60)$$

bzw.

$$l = E[v_b] \cdot t_b \quad (4.61)$$

Näherungsweise kann in Gl. (4.61) der Erwartungswert der lokalen Aufstiegsgeschwindigkeitsverteilung durch die mit Hilfe der Kreuzkorrelationsmessung bestimmte mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}_b$ nach Gl. (4.33) ersetzt werden (der Unterschied zwischen $E[v_b]$ und $\bar{v}_b$ ist, wie Messungen der Impulsabstandsverteilung ergeben haben, vernachlässigbar). Damit folgt

$$l = \bar{v}_b \cdot t_b \quad (4.62)$$

Entsprechend gilt für die Anzahldichteverteilung $g(l)$ der Durchstoßlängen

$$g(l)dl = w(t_b)dt_b \quad (4.63)$$

Für den Erwartungswert $E[l]$ der Durchstoßlängenverteilung folgt damit

$$E[l] = \bar{v}_b \cdot T_b \quad (4.64)$$

Die mittlere Durchstoßlänge $E[l]$ ist ein Maß für die mittlere Größe der Blasen am Ort des Meßwertgebers. Der genaue Zusammenhang zwischen der Durchstoßlängenverteilung und der Blasengrößenverteilung wird in Kap. 6 abgeleitet.

4.42 Der lokale Blasenvolumenanteil ε_b

Ein Volumenelement des Fließbettes am Ort des Meßwertgebers enthält im zeitlichen Mittel einen Anteil ε_b von Gasblasen. Dieser Anteil ist gleich dem Verhältnis der Zeit, während der am Ort des Gebers Blasen registriert werden, zur gesamten Meßdauer T:

$$\varepsilon_b = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n t_{bi}}{T} \quad (4.65)$$

worin n = Zahl der in T registrierten Blasen

Mit (4.1) folgt

$$\varepsilon_b = k \cdot T_b \quad (4.66)$$

4.43 Der lokale Blasengasstrom $\dot{V}_b$

Zur Bestimmung des in Form von Blasen transportierten Gasstromes wird dem Meßwertgeber eine horizontale Kontrollfläche dF zugeordnet (vgl. Abb. 4.19). Das im zeitlichen Mittel pro Zeit- und Flächeneinheit durch diese Kontrollfläche in Form von Blasen transportierte Gasvolumen ist dann

$$\dot{V}_b = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n l_i \cdot dF}{T \cdot dF} \quad (4.67)$$

Mit Gl. (4.62) folgt

$$\dot{V}_b = k T_b \bar{V}_b \quad (4.68)$$

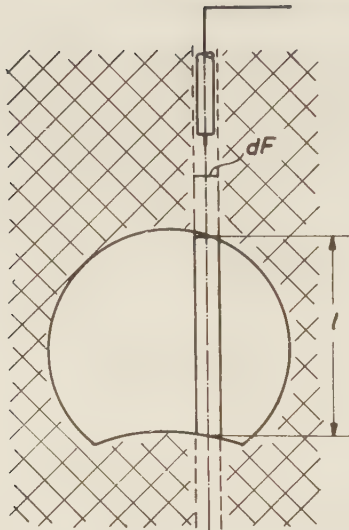


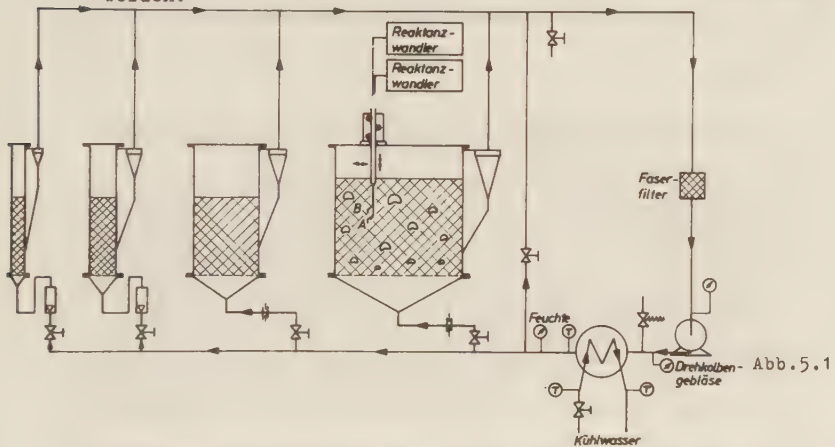
Abb. 4.19

Wichtig ist, daß nach Gl. (4.68) der lokale Blasengasstrom gemessen werden kann, ohne daß irgendeine Annahme über die Form der Blasen gemacht werden muß!

5. Experimentelle Ergebnisse:

Untersuchungen des räumlichen Fluidisationszustandes für verschiedene Versuchsgüter in Wirbelschichten unterschiedlicher Durchmesser

Nach Bereitstellung der notwendigen Meßmethoden konnten, ausgehend von lokalen Meßwerten der mittleren Blasenanzahl k pro Zeiteinheit, der mittleren Blasenimpulsdauer T_b und der mittleren Blasenauftiegs geschwindigkeit $\bar{v}_b$, erste systematische Untersuchungen des räumlichen Fluidisationszustandes durchgeführt werden.



Eine schematische Darstellung der Versuchsanlage zeigt die Abb. 5.1. Fluidisiert wurden verschiedene Versuchsgüter, deren Eigenschaften in der Tabelle der Abb. 5.2 aufgeführt sind, mit Luft in zylindrischen Gefäßen von 100, 200, 450 und 1000 mm Durchmesser. Als Aufgabeböden wurden Sinterbronzeplatten (maximale Porenweite $10\mu\text{m}$) verwendet. Die Abscheidung des ausgetragenen Feingutes erfolgte in nachgeschalteten Zyklonen. Der Luftdurchsatz wurde bei den beiden kleineren Betten mit Rotametern, bei den größeren Betten mit Blenden gemessen.

Versuchsgut	Kornform	Feststoffdichte $\rho_s \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	Kornanalyse			Lockerungs - geschwindigkeit $v_{\text{mf}} \left[\frac{\text{cm}}{\text{s}} \right]$
			$d_p 16,3$ $[\mu\text{m}]$	$d_p 50,3 = \bar{d}_p$ $[\mu\text{m}]$	$d_p 84,3$ $[\mu\text{m}]$	
Quarzsand	unregelmäßig	2,64	63	83	105	1,8
Glaaskugeln	kugelig	2,95	175	197	209	3,9
Kupferpulver	kugelig	8,66	42	67	111	1,4

Abb. 5.2

Die elektronische Meßwertverarbeitung ist in der Abb. 5.3 schematisch dargestellt. Bei der Untersuchung des lokalen Fluidisationszustandes an einem Ort im Innern des Fließbettes wird zunächst mit dem Korrelator (Fabrikat Hewlett-Packard, Mod. 3721 A) die Amplitudenverteilung $w(U_A)$ des vom unteren Geber (A) herrührenden Signals $U_A(t)$ gemessen. Nach der in Kap. 3 abgeleiteten Vorschrift wird das Abschneideniveau U_A^* der Diskriminatorschaltung eingestellt. Die Richtigkeit der Einstellung wird durch Messung der Amplitudenverteilung $w(U_A')$

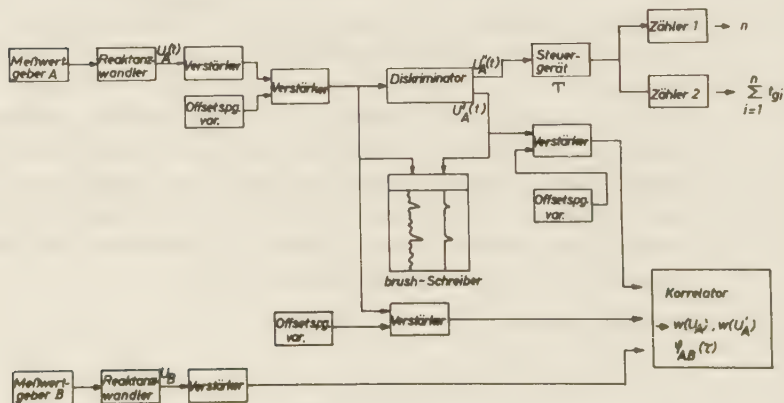


Abb. 5.3

der Folge der abgeschnittenen Blasenimpulse $U_A'(t)$ kontrolliert. Anschließend können mit Hilfe der beiden Zähler nach dem in Kap. 4 beschriebenen Verfahren die Größen k und T_b gemessen werden. Aus der gleichzeitigen Messung der KKF $\varphi_{AB}(\tau)$ läßt sich die mittlere Blasenauftiegs geschwindigkeit $\bar{v}_b$ bestimmen.

Mit Meßdauern von 10 bis 20 min (in denen die Meßwertgeber von 1000 bis 4000 Blasen getroffen werden) erhält man sehr genaue Aussagen über den stationären lokalen Fluidisationszustand, wie die Messungen des lokalen Blasen volumenanteils in Kap. 5.2 und die Messungen des lokalen Blasen gasstromes in Kap. 5.3 und 5.4 besonders anschaulich zeigen.

5.1 Messungen der lokalen, mittleren Blasendurchstoßlänge $E[l]$

Die an einem Ort im Innern des Fließbettes gemessene mittlere Durchstoßlänge $E[l]$ ist, wenn die Blasen relativ zum Meßwertgeber zufällig im Raum verteilt aufsteigen, ein Maß für die mittlere Größe der Blasen am Ort des Meßwertgebers. Abb. 5.4 zeigt, daß die mittlere Durchstoßlänge und damit die mittlere Blasen gröÙe mit zunehmender Höhe h über dem Aufgabeboden - vornehmlich aufgrund der Koaleszenz - rasch zunimmt.

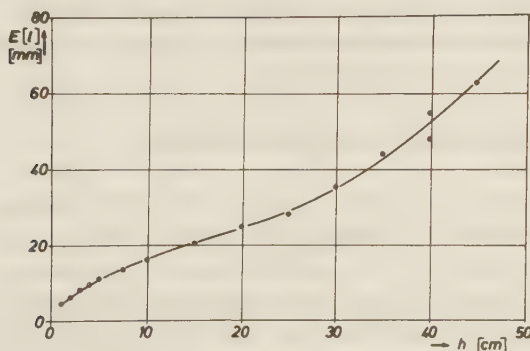


Abb. 5.4: Abhängigkeit der mittleren Durchstoßlänge von der Höhe h (Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu m$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$, $u_o/u_{mf} = 5$, $D_B = 20 \text{ cm}$, $r = 0$)

Demgegenüber kann die Abhängigkeit der mittleren Durchstoßlänge vom Abstand r von der Rohrmitte, wenn man von den im Einflußbereich der Rohrwandung liegenden Gebieten absieht, praktisch vernachlässigt werden (Abb. 5.5).

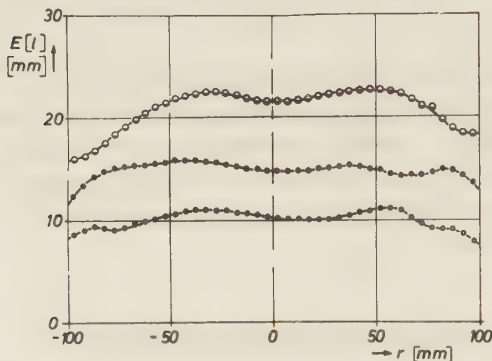


Abb. 5.5:

(Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$,

$u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$,

$u_o/u_{mf} = 5$,

$D_B = 20 \text{ cm}$

○ $h = 5 \text{ cm}$

● $h = 8 \text{ cm}$

○ $h = 15 \text{ cm}$)

Grundsätzlich zeigt sich, wie problematisch die in theoretischen Wirbelschichtmodellen immer wieder gemachte Annahme der für die gesamte Wirbelschicht konstanten Blasengröße ist, denn sicherlich haben die in Bodennähe in großer Zahl vorhandenen, sehr kleinen Blasen auf einen Austauschprozeß einen ganz anderen Einfluß als die wenigen, großen Blasen im oberen Teil des Bettes.

Auf den genauen Zusammenhang zwischen der mittleren Durchstoßlänge und der lokalen Blasengrößenverteilung wird in den folgenden Abschnitten 6 und 7 näher eingegangen.

5.2 Die Expansion von Gas/Feststoff-Wirbelschichten

Für Flüssig-/Feststoff-Fließbetten existiert eine von Richardson und Zaki [30] experimentell ermittelte Korrelation zwischen Fluidisationsgeschwindigkeit und Bettporosität, die bei gegebener Fluidisationsgeschwindigkeit eine Vorausberechnung der Bettexpansion gestattet. In Analogie dazu ist immer wieder durch Korrelation von Bettexpansionsmessungen mit verschiedenen Kennzahlen versucht worden, eine entsprechende Beziehung für Gas/Feststoff-

Fließbetten zu finden. Der Erfolg war bisher recht bescheiden, wie die aus der Arbeit von Pyle und Harrison [31] entnommene Abb. 5.6 zeigt.

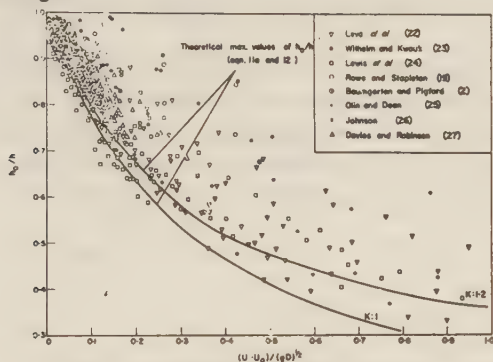


FIG. 4. Expansion of three-dimensional fluidized beds. Comparison with theoretical minimum height.

$$\frac{h_0}{h} = 1 - \frac{U - U_0}{K(U - U_0) + U_{b0}} \quad (12) \quad U_{b0} = 0,35 \sqrt{gD} \quad (11a)$$

Abb. 5.6 (aus [31], h_0 = Betthöhe bei Minimalfluidisationsgeschwindigkeit U_0 , h = Betthöhe bei Gasgeschwindigkeit $U > U_0$, D = Rohrdurchmesser)

Die durchgeführten Messungen des lokalen Blasenvolumenanteils ε_b machen deutlich, warum es bei Gas/Feststoff-Fließbetten keine einfachen Korrelationen für die Bettexpansion geben kann: Eine Volumenelement im Innern der Wirbelschicht enthält im zeitlichen Mittel einen Anteil ε_b von Gasblasen. Die die Gasblasen umgebende Suspension ist in demselben Volumenelement durch einen Lückengrad ε_s gekennzeichnet. Die Höhe H der Wirbelschicht erhält man dann aus einer Bilanz über das in der Schicht enthaltene Feststoffvolumen V_s :

$$V_s = \int_{h=0}^H \int_{r=0}^{D_B/2} [1 - \varepsilon_s(h,r)][1 - \varepsilon_b(h,r)] 2\pi r dr dh \quad (5.1)$$

Gl. (5.1) besagt: die Höhe der Wirbelschicht hängt vom lokalen Fluidisationszustand ab.

Beim Flüssigkeits-/Feststoff-Fließbett liegen einfache strömungsmechanische Verhältnisse vor: es existieren keine Blasen und die Suspensionsporosität ist praktisch an allen Orten innerhalb des Fließbettes gleich.

Beim Gas/Feststoff-Fließbett sind die Verhältnisse aber wesentlich komplizierter: die durchgeführten Messungen zeigen, daß der Blasenvolumenanteil ε_b für eine vorgegebene Wirbelschicht nicht konstant ist, sondern sowohl vom Abstand r von der Rohrachse als auch von der Höhe h über dem Aufgabeboden abhängt (Abb. 5.7).

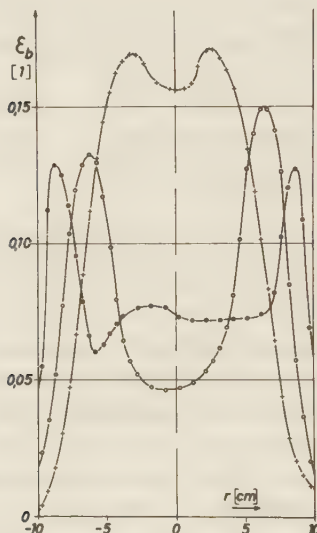


Abb. 5.7:
 (Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$,
 $\bar{u}_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$,
 $\bar{u}_0/\bar{u}_{mf} = 5$, $D_B = 20 \text{ cm}$,
 $\bullet h = 5 \text{ cm}$
 $\circ h = 15 \text{ cm}$,
 $+ h = 30 \text{ cm}$)

Erschwerend kommt hinzu, daß der Fluidisationszustand stark durch den Gefäßdurchmesser D_B beeinflusst wird, wie Abb. 5.8 zeigt.

Ausgehend von diesen Meßergebnissen läßt sich verstehen, warum es bisher nicht gelungen ist, eine hinreichend genaue Korrelation für die Bettexpansion bei Gas/Feststoff-Wirbelschichten zu finden: ohne eine genaue Kenntnis der Hydrodynamik der Wirbelschicht müssen theoretische Ansätze Spekulation bleiben.

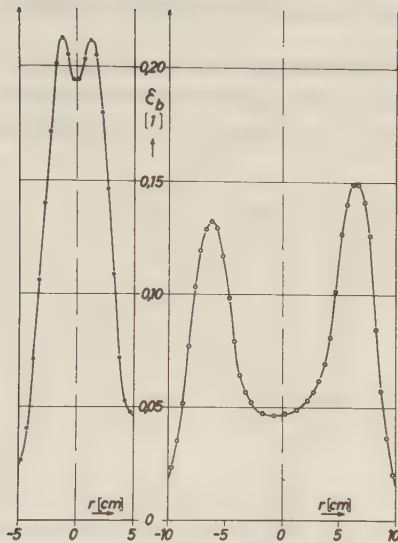


Abb. 5.8

(Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$,
 $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$,
 $u_o/u_{mf} = 5$, $h = 15 \text{ cm}$,
 • $D_B = 10 \text{ cm}$,
 ○ $D_B = 20 \text{ cm}$)

Es gibt allerdings eine Ausnahme: bei der stoßenden Wirbelschicht liegen insofern einfache strömungsmechanische Verhältnisse vor, als der Fluidisationszustand durch den **Bettdurchmesser bestimmt** wird. Für diesen Fall haben Matsen, Hovmand und Davidson [10] eine Beziehung für die maximale Schichthöhe $H_{\max}$ abgeleitet,

$$\frac{H_{\max}}{H_{mf}} = 1 + \frac{u_o - u_{mf}}{0,35 \sqrt{g D_B}} \quad (5.2)$$

die durch Experimente bestätigt werden konnte.

5.3 Die räumliche Verteilung der Blasen in einer dreidimensionalen Gas/Feststoff-Wirbelschicht

Eine geeignete Meßgröße für die Untersuchung der Gleichmäßigkeit der Blasenentwicklung über dem Bettquerschnitt ist der lokale,

flächenbezogene, in Form von Blasen transportierte Gasstrom $\dot{V}_b$, der im Englischen als 'visible bubble flow' bezeichnet wird.

Es wurde dazu in einer Sand-Wirbelschicht von 20 cm Durchmesser der Blasengasstrom $\dot{V}_b$ in verschiedenen Querschnitten gemessen, die in unterschiedlichen Höhen - 5, 15 und 30 cm - über dem Aufgabeboden lagen (Abb. 5.9).

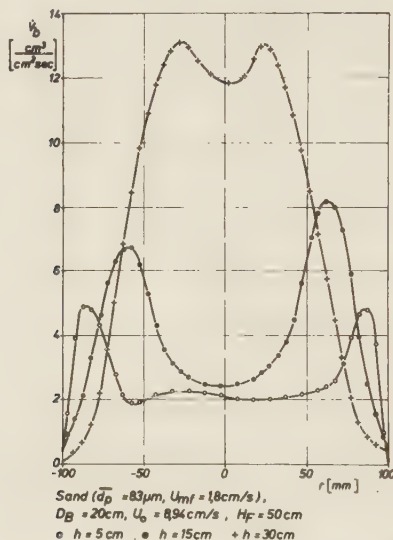


Abb. 5.9

Trotz gleichmäßiger Durchlässigkeit des Bodens über dem Rohrquerschnitt (eine geringe lokale Ungleichmäßigkeit in der Umgebung der Rohrachse, die bei der Messung in 5 cm Höhe über dem Aufgabeboden festgestellt wird - vgl. auch Abb. 5.7 - , kann in diesem Zusammenhang vernachlässigt werden) und trotz eines sehr hohen Verhältnisses von Bodendruckverlust Δp_A zu Wirbelschichtdruckverlust Δp_B (im vorliegenden Fall $\Delta p_A / \Delta p_B = 3,7$!) zeigt sich, daß die Blasenentwicklung über dem Bettquerschnitt nicht gleichmäßig ist. Vielmehr ist in Bodennähe deutlich eine außenliegende Ringzone verstärkter Blasenentwicklung erkennbar. Außerdem stellt man fest, daß mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden das Strömungsbild sich in charakteristischer Weise

ändert: mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden wächst die Ringzone zur Mitte hin.

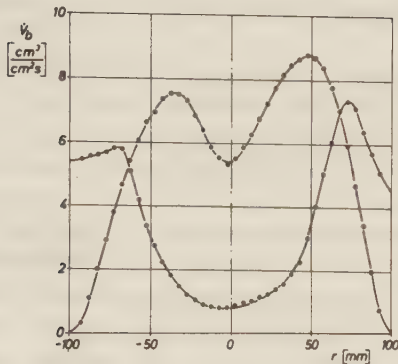


Abb. 5.10

(Glaskugeln, $\bar{d}_p = 197 \mu\text{m}$,
 $u_{mf} = 3,9 \text{ cm/s}$,
 $u_o/u_{mf} = 3$, $D_B = 20 \text{ cm}$,
 $\circ h = 15 \text{ cm}$,
 $\bullet h = 30 \text{ cm}$)

Dieser grundsätzliche experimentelle Tatbestand ergibt sich auch bei anderen Fluidisationsgeschwindigkeiten und bei anderen Versuchsgütern, wie Abb. 5.10 für das Versuchsgut Glaskugeln und Abb. 5.11 für das Versuchsgut Kupferpulver zeigen.

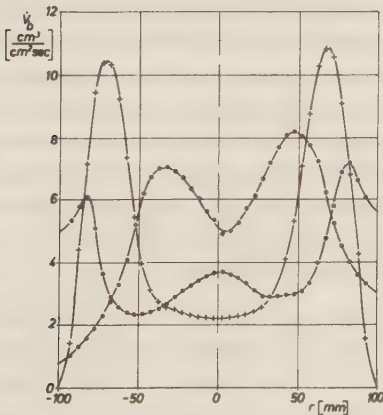


Abb. 5.11

(Kupferpulver, $\bar{d}_p = 67 \mu\text{m}$,
 $u_{mf} = 1,4 \text{ cm/s}$,
 $u_o/u_{mf} = 6$, $D_B = 20 \text{ cm}$,
 $\circ h = 5 \text{ cm}$,
 $+ h = 15 \text{ cm}$,
 $\bullet h = 30 \text{ cm}$)

Das Auftreten einer wandnahen Zone verstärkter Blasenentwicklung ist nicht auf kleine Laborfließbetten beschränkt, wie Abb. 5.12 zeigt: auch in einer Wirbelschicht von 100 cm Durchmesser ist dieser Bereich deutlich erkennbar.

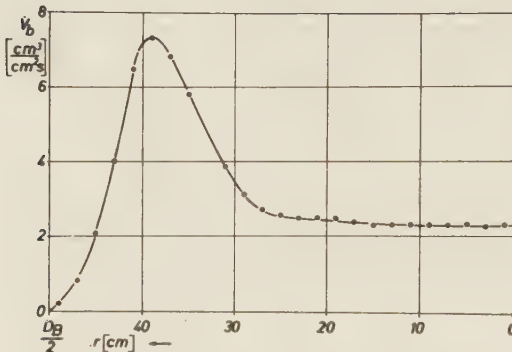


Abb. 5.12
(Quarzsand,
 $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$,
 $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$,
 $u_o/u_{mf} = 5$,
 $h = 30 \text{ cm}$,
 $D_B = 100 \text{ cm}$)

Insgesamt folgt aus den durchgeführten Messungen:

Der Blasengasstrom $\dot{V}_b$ zeigt über dem Bettquerschnitt ein charakteristisches Strömungsprofil in Gestalt einer wandnahen Ringzone verstärkter Blasenbildung. Mit zunehmender Höhe h über dem Aufgabeboden verlagert sich die Ringzone zur Rohrmitte hin.

Die zwangsläufige Folge einer Ungleichmäßigkeit der Blasenentwicklung über dem Bettquerschnitt ist eine makroskopische Zirkulation des Feststoffes innerhalb des Bettes, denn an einer Stelle verstärkter Blasenentwicklung wird in verstärktem Maß Feststoff in den Blasenschleppen aufwärtsgetragen, der anschließend an Stellen des Bettes, an denen die Blasenentwicklung geringer ist, aus Kontinuitätsgründen wieder abwärts sinken muß.

Wenn die Feststoffzirkulation genügend intensiv ist, kann der Fall eintreten, daß der Feststoff mit einer Geschwindigkeit absinkt, die größer ist als die Zwischenkorngeschwindigkeit des in der Suspensionsphase relativ zu den Feststoffteilchen aufsteigenden Gases, wodurch es an dieser Stelle absolut gesehen zu einer Abwärtsströmung des Suspensionsgases kommt. Die daraus

resultierende Rückvermischung in der Gasphase ist von Bedeutung für die Arbeitsweise eines katalytischen Wirbelschichtreaktors und wird in dem von mehreren Autoren vorgeschlagenen Gegenstrom-Rückvermischungs-Modell (vgl. Potter [32]) berücksichtigt.

Mit der aufgrund der vorgelegten Messungen bewiesenen Existenz eines räumlichen Strömungsprofils der Blasenphase lassen sich auf den ersten Blick widersprüchlich erscheinende experimentelle Ergebnisse verschiedener Autoren eindeutig erklären:

Calderbank, Toor und Lancaster [33] berichten über eine Aufwärtsströmung von in der Suspensionsphase befindlichem Gas in Wandnähe und eine Abwärtsströmung in Rohrmitte. Andererseits ist von vielen Autoren eine Feststoffzirkulation beobachtet worden (vgl. Potter [32]) derart, daß in der Rohrmitte eine Aufwärtsbewegung und an der Wand eine Abwärtsbewegung des Feststoffs registriert wird.

Beide Beobachtungen widersprechen sich nicht, sondern befinden sich in Übereinstimmung mit den hier gefundenen Erkenntnissen: Die Messungen von Calderbank, Toor und Lancaster wurden an einem katalytischen Wirbelschichtreaktor mit einem Durchmesser D_B von 45 cm und einer Höhe von 120 cm, d.h. bei einem relativ niedrigen Verhältnis H/D_B durchgeführt. In diesem Fall wird das Strömungsbild im wesentlichen durch die wandnahe Ringzone verstärkter Blasenentwicklung bestimmt. In Wandnähe ist in diesem Fall eine aufwärtsgerichtete und in Rohrmitte eine abwärtsgerichtete Feststoff- bzw. Suspensionsgasströmung zu erwarten. Andererseits werden die umgekehrten Strömungsverhältnisse grundsätzlich in engen Betten bei großem Verhältnis H/D_B beobachtet. Wie die Experimente des folgenden Abschnittes 5.4 zeigen, existiert zwar auch bei derartigen, stoßenden Wirbelschichten in der Nähe des Aufgabebodens eine Ringzone verstärkter Blasenentwicklung, die aber mit zunehmender Höhe h über dem Aufgabeboden rasch zur Rohrmitte hin anwächst, bis schließlich die maximale Blasenentwicklung in der Rohrmitte erfolgt. Bei den üblichen großen Verhältnissen H/D_B wird dann für den Betrachter, der die Zone knapp oberhalb des Anströmbodens vernachlässigt, das Bild der Fluidisation bestimmt

durch die über den größten Teil der Betthöhe sich erstreckende Zone bevorzugter Blasenentwicklung in der Rohrachse und durch die daraus resultierende Aufwärtsströmung von Feststoff in der Rohrachse und Abwärtsströmung an der Rohrwand.

Es ist interessant, daß sich dasselbe Strömungsbild, das hier an Laborfließbetten (zumindest, was die Art der verwendeten Aufgabeböden betrifft) gemessen wurde, auch an industrienah konstruierten Wirbelschichten feststellen läßt:

Von Whitehead und Young [34] wird über Untersuchungen an einem Fließbett von quadratischem Grundriß mit 1,20 m Seitenlänge und maximal 2,30 m Betttiefe berichtet. Die Luftzufuhr erfolgte über 16 einzelne Öffnungen in der Bodenplatte. Fluidisiert wurde Quarzsand ($u_{mf} = 2,45 \text{ cm/s}$) mit einer Geschwindigkeit $u_0 = 14,5 \text{ cm/s}$, entsprechend $u_0/u_{mf} = 6$. Für verschiedene Bettiefen wurden die Blasenereptionen gefilmt.

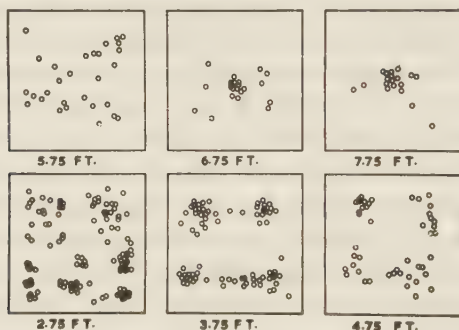


FIGURE 5. Effect of bed depth on eruption pattern. The location of each bubble eruption centre is shown for various depth beds, fluidized in a $4' \times 4'$ unit fitted with a 16 tuyere distributor. Gas velocity 0.47-0.50 ft/sec.

Abb. 5.13 (aus [34])

In der Abb. 5.13, die der zitierten Arbeit entnommen ist, ist für jede Bettiefe die Lage des zu jeder Eruption gehörenden Blasenmittelpunktes eingezeichnet. Die Interpretation dieser Ergebnisse geht bei Whitehead und Young nicht über eine Beschreibung dessen, was man sieht, hinaus, indem festgestellt wird: "Unter gewissen

Bedingungen folgen die Blasen bevorzugten Bahnen". Rietema [35] vermutet, daß die Blasenbahnen letztlich durch die Konstruktion des verwendeten Aufgabebodens hervorgerufen wurden und daß der Einfluß der Bodenkonstruktion auf die Fluidisation bei größeren Betthöhen kleiner wird. Offensichtlich herrscht sowohl bei Whitehead und Young als auch bei Rietema die Vorstellung, daß das an der Bettoberfläche sichtbare Eruptionsmuster charakteristisch ist für das ganze jeweilige Bett. Tatsächlich aber müssen alle Eruptionsmuster der Abb. 5.13 als Teile eines gemeinsamen Strömungsprofils gesehen werden, wobei man mit jeder eingestellten Schichthöhe nur einen Horizontalschnitt durch ein räumliches Strömungsbild legt, wie der Vergleich der Abb. 5.13 mit der Abb. 5.9 z.B. sehr deutlich zeigt:

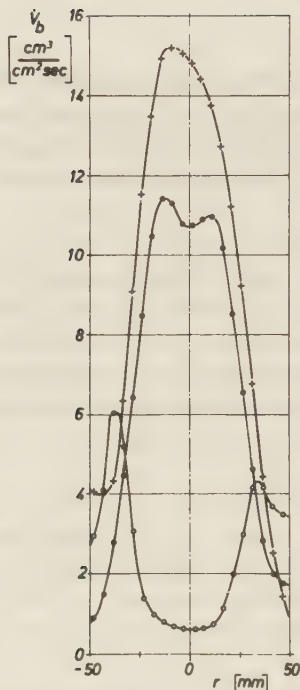
In Bodennähe (Schichthöhe 2,75 ft.) erkennt man sehr deutlich die eng an der Wand anliegende Zone verstärkter Blasenbildung, die sich mit zunehmender Schichthöhe klarer herausbildet und sich dabei in Richtung auf die Gefäßmitte verschiebt, um schließlich bei 7,75 ft. Schichthöhe in der Gefäßmitte zusammenzuwachsen.

Das aus den in der vorliegenden Arbeit aus Messungen an Laborwirbelschichten abgeleitete Strömungsprofil der Blasenentwicklung ist also keine auf Laborfließbetten beschränkte Eigenschaft, sondern tritt offenbar auch in industriellen Wirbelschichten auf.

5.4 Blasenentwicklung in stoßenden Wirbelschichten

In der Abb. 5.14 ist die Blasenentwicklung in einer Quarzsand-Wirbelschicht von 10 cm Durchmesser dargestellt. Man erkennt in 5 cm Höhe über dem Aufgabeboden deutlich die ringförmige, wandnahe Zone verstärkter Blasenentwicklung.

Diese Zone wächst mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden rasch zur Mitte hin. In 15 cm Höhe ist die Ringzone kurz vor dem Zusammenwachsen. 30 cm über dem Aufgabeboden hat sich dann die für enge und hohe Fließbetten charakteristische Strömungs-



Sand ($\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$,
 $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$)
 $D_B = 10 \text{ cm}$
 $u_0 = 8,94 \text{ cm/s}$
 $H_F = 50 \text{ cm}$
 $\circ h = 5 \text{ cm}$
 $\bullet h = 15 \text{ cm}$
 $+ h = 30 \text{ cm}$

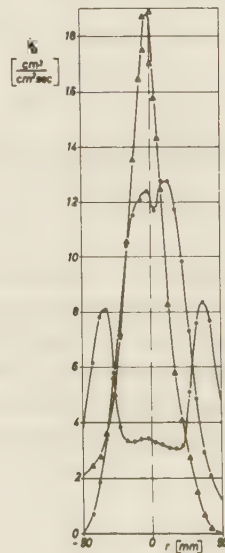
Abb. 5.14

form ausgebildet: die Blasen steigen bevorzugt in der Rohrmitte auf.

Abb. 5.15 zeigt, daß sich dasselbe Strömungsbild auch bei einem anderen Versuchsgut einstellt.

Abb. 5.15

(Kupferpulver, $\bar{d}_p = 67 \mu\text{m}$,
 $u_{mf} = 1,4 \text{ cm/s}$, $u_0/u_{mf} = 6$,
 $D_B = 10 \text{ cm}$,
 $\circ h = 5 \text{ cm}$,
 $\bullet h = 15 \text{ cm}$,
 $\Delta h = 30 \text{ cm}$)



Das Zusammenwachsen der Ringzone stellt die notwendige Vorstufe für den von da ab mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden einsetzenden Übergang in den Zustand des Stoßens dar.

Diese Tatsache wird aus einer Analyse der Abb. 5.16 deutlich, in der die in Höhen von 22,5, 30 und 80 cm gemessenen lokalen Meßwerte für $\bar{v}_b$, k und $E[1]$ dargestellt sind:

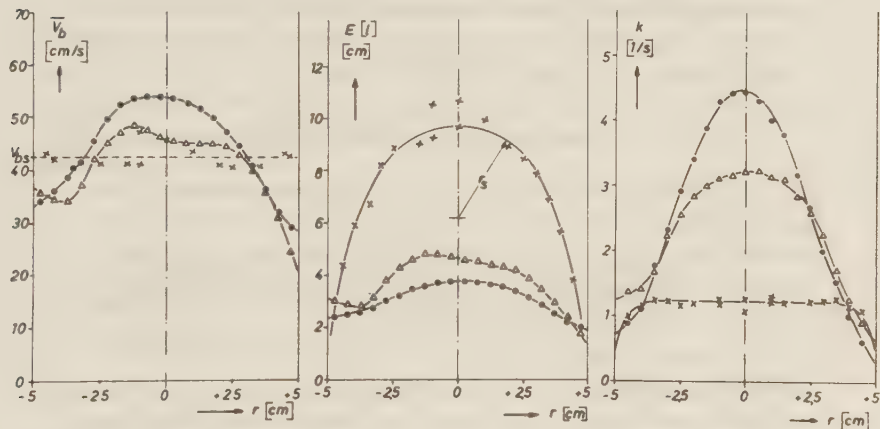


Abb. 5.16

(Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$, $u_o/u_{mf} = 5$, $D_B = 10 \text{ cm}$,
 $\bullet h = 22,5 \text{ cm}$, $\Delta h = 30 \text{ cm}$, $\times h = 80 \text{ cm}$)

In der Höhe $h = 22,5 \text{ cm}$ sind die Blasen noch verhältnismäßig klein, steigen bevorzugt in der Rohrmitte auf und erreichen in der sich in der Rohrachse ausbildenden Blasenbahn im Verhältnis zu ihrer Größe beträchtliche Steiggeschwindigkeiten.

Aufgrund der hohen Blasenkonzentration in der Rohrachse koaleszieren die Blasen sehr rasch, so daß schon bei $h = 30 \text{ cm}$ ein merklich verändertes Strömungsbild zu erkennen ist: Die Blasenfrequenz, insbesondere in der Rohrachse, ist stark zurückgegangen, die Blasen haben an Größe zugenommen, aber trotzdem haben die lokalen mittleren Steiggeschwindigkeiten aufgrund des zunehmenden Wandeinflusses auf die Umströmung der Blasen abgenommen.

Mit weiter zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden schält sich das für die stoßende Wirbelschicht charakteristische Strömungsprofil immer deutlicher heraus:

bei $h = 80$ cm ist die lokale Steiggeschwindigkeit über dem Bettquerschnitt nahezu einheitlich und stimmt recht gut überein mit der nach der Theorie für stoßende Wirbelschichten für das vorliegende System berechneten Geschwindigkeit

$$v_{bs} = 42,3 \text{ cm/s}$$

(Aus

$$v_{bs} = u_o - u_{mf} + 0,35 \sqrt{g D_B^3}, \quad (5.3)$$

vgl. z.B. Hovmand und Davidson [12]). Die Blasenfrequenz k besitzt ebenfalls einen über den Bettquerschnitt praktisch konstanten Wert, wie auch für diesen Fall zu erwarten ist, weil der maximale Horizontaldurchmesser der aufsteigenden Blasen nur wenig kleiner als der Rohrdurchmesser ist.

Für eine ausgebildete stoßende Wirbelschicht, in der sämtliche Gaskolben ('Slugs') die gleiche Form haben und in der Rohrachse zentriert aufsteigen, liefern die über dem Bettquerschnitt aufgetragenen Messungen der lokalen mittleren Durchstoßlänge einen gewissen Aufschluß über die Form der Blasen: Da aufgrund von Röntgenfotografien von Ormiston, Mitchell und Davidson [36] bekannt ist, daß die Unterseite der Slug-Blasen zumindest in unmittelbarer Nähe der Blasenachse eben ist, ist die Auftragung $E[1]$ über dem Abstand r von der Rohrmitte zumindest in der Nähe der Rohrmitte identisch mit einem Vertikalschnitt durch eine Slug-Blase mittlerer Größe. Von Ormiston et al. [36] wurde für den Krümmungsradius r_s der Slug-Blase im Staupunkt gemessen

$$r_s = 0,7 D_B/2 \quad (5.4)$$

Ein aus (5.4) mit $D_B = 10$ cm berechneter Krümmungsradius r_s approximiert auch in Abb. 5.16 die für $h = 80$ cm gemessenen $E[1]$ -Werte in der Umgebung der Rohrachse recht gut.

Insgesamt ist durch die in der Abb. 5.16 dargestellten Experimente bewiesen worden, daß das Zusammenwachsen der Ringzone den Beginn

des Übergangs der Wirbelschicht in den Zustand des Stoßens markiert. Wichtig erscheint, daß auch eine stoßende Wirbelschicht, die ja gerade dadurch gekennzeichnet ist, daß die Blasen in der Rohrmitte aufsteigen, in Bodennähe einen Bereich besitzt, in dem die Blasen bevorzugt in der Nähe der Rohrwandung emporsteigen!

Es zeigt sich, daß dieser Bereich, in dem die Blasen klein gegen den Rohrdurchmesser sind und in dem deswegen ganz andere Austauschverhältnisse herrschen als in der darüberliegenden stoßenden Wirbelschicht, eine genau abgrenzbare, nicht zu vernachlässigende Größe besitzt. Die Existenz dieses kontaktintensiven Bereiches sollte bei der Berechnung eines 'Slug-Flow' - Reaktors berücksichtigt werden.

5.5 Verteilung des Fluidisiergases auf Suspensions- und Blasenphase / Vergleich mit der Zweiphasentheorie der Fluidisation

Wenn man den lokalen Blasengasstrom über dem Bettquerschnitt aufsummiert und mit der Querschnittsfläche multipliziert, erhält man die gesamte Gasmenge, die den Bettquerschnitt in der Zeiteinheit in Form von Blasen durchströmt. Es ist interessant, diese Meßgröße mit der von Toomey und Johnstone [38] postulierten Zweiphasentheorie der Fluidisation zu vergleichen. Diese Theorie besagt, daß alles Gas über der zur Minimalfluidisation erforderlichen Menge in Form von Blasen das Bett durchströmt. Die durchgeführten Experimente zeigen, daß im realen Fließbett die Verhältnisse wesentlich komplizierter sind:

In der Abb. 5.17 sind für das Versuchsgut Quarzsand die in Wirbelschichten unterschiedlicher Durchmesser in unterschiedlichen Höhen h gemessenen, über dem Bettquerschnitt gemittelten Blasengasströme $\bar{V}_b$,

$$\bar{V}_b = \frac{4}{\pi D_B^2} \int_{r=0}^{D_B/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \dot{V}_b(r, \varphi) \, r \, d\varphi \, dr \quad (5.5)$$

aufgetragen.

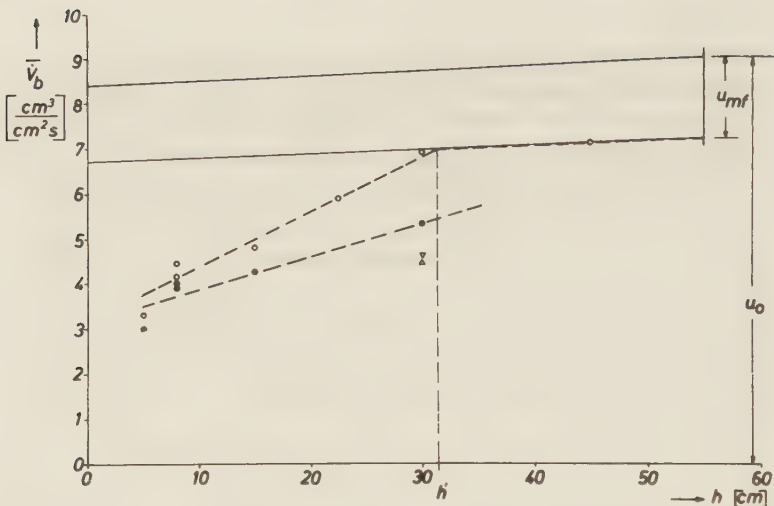


Abb. 5.17 (Versuchsgut Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu m$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$,
 $u_o/u_{mf} = 5$, $\circ D_B = 10 \text{ cm}$, $\bullet D_B = 20 \text{ cm}$,
 $\nabla D_B = 45 \text{ cm}$, $\Delta D_B = 100 \text{ cm}$)

Es folgt daraus:

In der Nähe des Aufgabebodens ist die Zweiphasentheorie zweifellos ungültig, denn dort gilt

$$\bar{v}_b(h) < u_{oh} - u_{mfh}$$

worin u_{oh} bzw. u_{mfh} die auf die Höhe h umgerechnete Fluidisations- bzw. Minimalfluidisationsgeschwindigkeit ist.

Wenn die in Form von Blasen transportierte Gasmenge kleiner ist, als von der Zweiphasentheorie vorausgesagt wird, so folgt daraus zwangsläufig, daß die Suspensionsphase mehr Gas enthält als im Zustand der Minimalfluidisation. Für die (auf Leerrohrquerschnitt bezogene) Suspensionsgasgeschwindigkeit u_{sh} in der Höhe h folgt aus

$$u_{sh} = u_{oh} - \bar{v}_b(h) \quad (5.6)$$

in diesem Fall

$$u_{sh} > u_{mfh}$$

Die Meßwerte für das Verhältnis u_{sh}/u_{mfh} für die untersuchten Systeme sind in der Abb. 5.18 dargestellt.

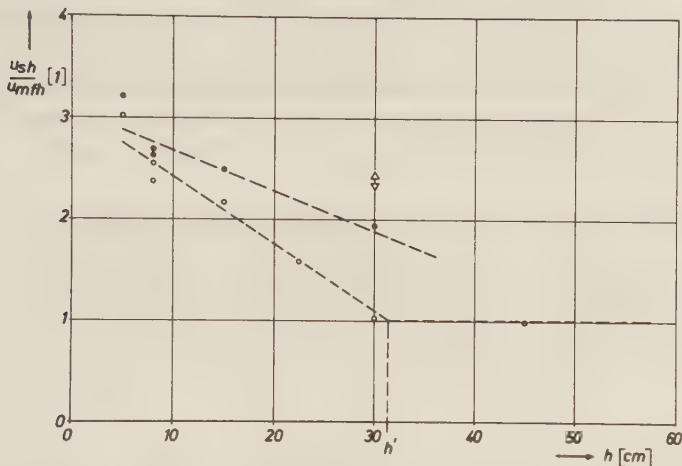


Abb. 5.18 (Versuchsgut Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu m$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$,
 $u_o/u_{mf} = 5$, $\circ D_B = 10 \text{ cm}$, $\bullet D_B = 20 \text{ cm}$, $\nabla D_B = 45 \text{ cm}$,
 $\Delta D_B = 100 \text{ cm}$)

Daß die Suspensionsphase mehr Gas als im Zustand der Minimalfluidisation aufnehmen kann, ist bereits von Richardson und Davies [39] sowie von Davies und Richardson [40] aus Experimenten, bei denen einzelne Blasen in im Zustand der Minimalfluidisation befindliche Fließbetten injiziert wurden, geschlossen worden. Messungen des 'visible bubble flow', die ebenfalls das Resultat lieferten, daß der Blasengasstrom kleiner ist als $(u_o - u_{mf})$, wurden von Pyle und Harrison [31] sowie von Grace und Harrison [3] an zweidimensionalen Betten durch Filmen des Bettes von der Seite und anschließende Einzelbildanalyse durchgeführt. Von Geldart [4] wurden Blasenruptionen an der Oberfläche eines dreidimensionalen Bettes gefilmt und daraus unter mancherlei Annahmen der Blasengasstrom berechnet; die Ergebnisse erscheinen allerdings angesichts der verwendeten Meßtechnik als wenig zuverlässig. Von Lockett, Davidson und Harrison [41] wird versucht, die experimentellen Tatsachen durch eine Modifikation der Zweiphasen-

theorie zu berücksichtigen, indem angesetzt wird

$$\bar{v}_b = u_0 - k' \cdot u_{mf} \quad (5.7)$$

Die von ihnen entwickelte Theorie liefert im Falle eines dreidimensionalen Systems für k' den Wert

$$k' = 1 + 2\varepsilon_b \quad (5.8)$$

Mit (5.7) und (5.8) läßt sich die grundsätzliche Tendenz, daß die Suspensionsphase mehr Gas enthält als im Zustand der Minimalfluidisation, beschreiben. Mit gemessenen Blasenvolumenanteilen ε_b aus (5.8) berechnete Zahlenwerte von k' erweisen sich aber als viel niedriger als gemessene Werte von k' ,

$$k' = u_{sh}/u_{mf} \quad (5.9)$$

wie auch von Grace und Harrison [3] festgestellt wird. Im vorliegenden Fall folgt mit $\varepsilon_b \approx 0,15$ aus (5.8) $k' \approx 1,3$; gemessen wird aber in Bodennähe $k' = 2,/\sqrt{3}$ (vgl. Abb. 5.18)!

Von Rietema [42] wird mit den Betrachtungsweisen der Schüttgutmechanik ein Stabilitätskriterium für die homogene Fluidisation abgeleitet, aus dem folgt, daß die Porosität der Suspensionsphase und demzufolge auch die Suspensionsgasgeschwindigkeit in Bodennähe höher ist, als dem Zustand der Minimalfluidisation entspricht, was durch die vorliegenden Experimente bestätigt wird.

Aus den in den Abb. 5.17 und 5.18 dargestellten Meßwerten lassen sich wichtige Tendenzen für die Verteilung des Fluidisierungsgases auf Suspensions- und Blasenphase ablesen:

Wie die Messungen zeigen, ist in einer Wirbelschicht von 10 cm Durchmesser in einer Höhe von 5 cm über dem Aufgabeboden nur etwa 50 % des nach der Zweiphasentheorie zu erwartenden Gases in der Blasenphase enthalten. Entsprechend beträgt die Gasgeschwindigkeit in der Suspensionsphase das Dreifache der Minimalfluidisationsgeschwindigkeit! Aus der höheren Gasgeschwindigkeit in der Suspensionsphase folgt unmittelbar, daß auch die

Porosität ε_s der Suspensionsphase größer sein muß als im Zustand der Minimalfluidisation. Obwohl eine Eichung der verwendeten Meßwertgeber zur Messung von Porositätswerten nicht durchgeführt wurde, lassen sich doch aus der Lage des Maximums der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Signalamplituden (vgl. Kap. 3, Abb. 3.14) Rückschlüsse auf die mittlere Porosität der Suspensionsphase ziehen, die diese Folgerung bestätigen.

Mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden wird der Unterschied zwischen $\bar{V}_b$ und $(u_{oh} - u_{mfh})$ kleiner. Das bedeutet: aus der Suspensionsphase wird mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden Gas ausgeschieden, das von der Blasenphase aufgenommen wird.

Dieselbe Tendenz einer Abnahme des Unterschiedes zwischen $\bar{V}_b$ und $(u_{oh} - u_{mfh})$ mit zunehmender Höhe h ist bereits von Pyle und Harrison [31] am zweidimensionalen Bett festgestellt worden. Daß im Fließbett aufsteigende Blasen die Suspensionsphase bis zu einem gewissen Maß "entgasen" können, folgt auch aus den Bettexpansionsmessungen von Richardson und Davies [39] sowie von Davies und Richardson [40]. Durch eine Theorie begründet wird die Abgabe von Gas aus der Suspension mit zunehmender Höhe h in der Arbeit von Rietema [42].

Wie die Messungen an der Wirbelschicht von 10 cm Durchmesser zeigen, geht die Gasausscheidung aus der Suspensionsphase so weit, bis die Suspensionsphase den - offenbar hydrodynamisch stabilen - Zustand der Minimalfluidisation erreicht hat. Es gilt für $h \geq h'$

$$\bar{V}_b(h) = u_{oh} - u_{mfh}$$

im Einklang mit den Ergebnissen anderer Autoren, denn wie die Messungen von Kap. 5.4 gezeigt haben, befindet sich das untersuchte Wirbelschichtsystem für $h > 22,5$ cm im Übergang zur stoßenden Wirbelschicht. Für die ausgebildete stoßende Wirbelschicht gilt nach einer Theorie von Stewart und Davidson [37],

$$\bar{V}_b(h) = u_{oh} - u_{mfh},$$

was durch Experimente von Matsen, Hovmand und Davidson [10] bestätigt werden konnte.

Aus den Abb. 5.17 und 5.18 folgt ferner, daß die Gasausscheidung in Wirbelschichten unterschiedlicher Durchmesser unterschiedlich verläuft, - eine Tatsache, über die in der Literatur bisher noch nicht berichtet wurde. Bei gegebener Höhe h über dem Aufgabeboden ist der mittlere Blasengasstrom $\bar{V}_b$ umso kleiner - und die Suspensionsgasgeschwindigkeit umso höher -, je größer der Wirbelschichtdurchmesser D_B ist. Offensichtlich spielt hier die in der wandnahen Ringzone verstärkte Blasenentwicklung eine Rolle, d.h. die entsprechende Einflußgröße ist das Verhältnis

$$\frac{\text{Bettumfang}}{\text{Bettquerschnitt}} \sim \frac{1}{D_B}$$

Bei größerem Bettdurchmesser wird das Verhältnis der Fläche der wandnahen Ringzone, in der aufgrund der verstärkten Blasenentwicklung die Suspension besonders stark "entgast" wird, zum Bettquerschnitt geringer, d.h. die Suspension wird insgesamt vergleichsweise weniger "entgast". Für die Richtigkeit dieser Deutung spricht die in Abb. 5.19 dargestellte, annähernd lineare Abhängigkeit, die sich zwischen dem Verhältnis $\bar{V}_b / (u_{oh} - u_{mfh})$ und der Größe $(1/D_B)$ für $h = 30$ cm aus den Versuchswerten der Abb. 5.17 ergibt.

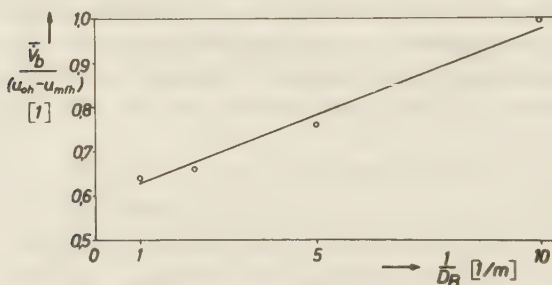


Abb. 5.19 (Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$, $u_{mf} = 1,8$ cm/s, $u_o/u_{mf} = 5$, $h = 30$)

Einen Einfluß auf die Gasverteilung zwischen Suspensions- und Blasenphase hat sicherlich der Aufgabeboden, weil durch dessen konstruktive Ausführung (poröse Platte, Lochblech oder spezielle

Gasverteilungsvorrichtungen, wie sie z.B. von Whitehead und Young [16, 34] verwendet werden) bereits eine primäre Verteilung des Fluidisierergases zwischen den beiden Phasen vorgegeben wird. Bei dem verwendeten Sintermetallboden ist die Gasabgabe extrem homogen; bei anderen Aufgabebodentypen, bei denen das Fluidisierergas nicht so gleichmäßig aufgegeben wird, dürften deshalb die Unterschiede zwischen $\bar{V}_b$ und $(u_{oh} - u_{mfh})$ geringer sein.

Der Einfluß des Aufgabebodens wie auch die Einflüsse von Versuchsgut und Fluidisationsgeschwindigkeit werden in derzeit laufenden Versuchsreihen untersucht, die noch einen erheblichen Zeitaufwand beanspruchen werden, da der mittlere Blasenstrom $\bar{V}_b$ nach Gl. (5.5) jeweils aus einer hinreichend großen Zahl von lokalen Meßwerten berechnet werden muß.

Insgesamt wird bei den bislang durchgeführten Untersuchungen der Verteilung des Fluidisierergases auf beide Phasen festgestellt:

- 1.) Für das reale Blasenfließbett gilt die Zweiphasentheorie von Koomey und Johnstone nicht. Sie gilt lediglich im Falle der stoßenden Wirbelschicht.
- 2.) Mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden wird die Abweichung von der Zweiphasentheorie geringer.
- 3.) In gegebener Höhe über dem Aufgabeboden ist die Abweichung von der Zweiphasentheorie um so größer, je größer der Durchmesser der Wirbelschicht ist.

Folgerungen daraus lassen sich zunächst nur für Verhältnisse ziehen, in denen mit porösen Platten als Aufgabeböden gearbeitet wird, also für die meisten Laborapparaturen:

Die Abweichung von der Zweiphasentheorie, mit der im realen Blasenfließbett nur dann nicht gerechnet werden muß, wenn der betrachtete Bettbereich sich im Zustand des ausgebildeten Stoßens befindet, hat Konsequenzen

- 1.) für die Hydrodynamik:

Die Porosität ε_s bestimmt die scheinbare Viskosität

der Suspensionsphase. Mit $\epsilon_g > \epsilon_{mf}$ folgt, daß z.B. Blasen schneller aufsteigen als injizierte Blasen in einem Bett, das sich im Zustand der Minimalfluidisation befindet. Weitere Konsequenzen für Blasengrößenverteilung und Blasenform zeigen die in Kap. 7 durchgeführten Untersuchungen.

2.) für die Reaktionstechnik:

Die die Suspensionsphase durchströmende Gasmenge bestimmt wesentlich die Ausbeute eines Wirbelschichtreaktors. Wie die durchgeführten Experimente zeigen, existiert auch in einer stoßenden Wirbelschicht in Bodennähe ein Bereich, in dem die Zweiphasentheorie nicht gültig ist. Daß die Suspensionsgasgeschwindigkeit u_{gh} in diesem Bereich größer als u_{mfh} ist, dürfte der Grund für die relativ starke Abweichung gemessener Umsatzraten von den nach der Theorie für den 'Slug Flow' - Reaktor berechneten Werten sein, wie auch von Hovmand und Davidson [12] bereits vermutet wird.

6. Entwicklung von Meßmethoden zur Bestimmung von Blasenform und Blasengrößenverteilung an einem Ort im Innern des Fließbettes

6.1 Theorie einer Blasengrößenanalyse in Analogie zur Korngrößenanalyse

An einem Ort im Innern einer Wirbelschicht existieren im Verlauf der Zeit nacheinander Blasen unterschiedlicher Größen und unterschiedlicher Formen. Der erste Schritt einer Blasengrößenanalyse muß darin bestehen, eine Beschreibung für dies Blasenkollektiv zu suchen, die einerseits der Wirklichkeit möglichst nahekommt, andererseits aber einer Messung zugänglich ist.

Sicherlich ist die Messung der lokalen Blasengrößenverteilung ein schwieriges Problem. Durch die Schwierigkeit der Verhältnisse im realen Blasenfließbett sollte man sich aber nicht dazu verleiten lassen, der Problemstellung dadurch auszuweichen, daß man die Untersuchungen auf einfachere, aber entartete Systeme, wie z.B. zweidimensionale Wirbelschichten, beschränkt. Sinnvoller als ein Ausweichen vor den Problemen des realen Blasenfließbettes auf einfachere Systeme ist zweifellos der Blick in ein Gebiet der Verfahrenstechnik, in dem man vor ähnlichen Problemen steht. Dies Gebiet ist die Korngrößenanalyse, deren Aufgabe es ist, aufgrund von Messungen Kollektive von unregelmäßig geformten und unterschiedlich großen Feststoffteilchen zu beschreiben.

Das Grundkonzept der Kornanalyse besteht darin, daß das Teilchenkollektiv durch eine Meßvorschrift nach einer "Dispersitätsgröße" klassiert wird, d.h. die Elemente des Kollektivs werden nach einem meßbaren Merkmal verschiedenen Klassen zugeordnet. Ein solches Merkmal ist beispielsweise in der Sedimentationsanalyse die Sinkgeschwindigkeit des einzelnen Teilchens. Unter Zugrundelegung einer Modellvorstellung für den Zusammenhang zwischen der Dispersitätsgröße und der Größe eines einzelnen Teilchens läßt sich dann die Verteilung der gemessenen Dispersitätsgrößen in eine Verteilung geometrischer Äquivalentabmessungen umrechnen. So kann man in der Sedimentationsanalyse aus einer Sinkgeschwin-

digkeitsmessung unter Annahme Stokes'scher Umströmung eines kugeligen Einzelteilchens den Durchmesser derjenigen Kugel berechnen, die dieselbe Sinkgeschwindigkeit wie das registrierte Teilchen besitzt. Der so berechnete Durchmesser ist ein Maß, mit dem man aufgrund eines Sedimentationsmeßverfahrens die Korngrößenverteilung eines Teilchenkollektivs eindeutig beschreiben kann.

Grundsätzlich besteht also eine Korngrößenanalyse aus zwei Verfahrensschritten:

- 1.) Klassierung des Kollektivs aufgrund einer Messung nach einer Dispersitätsgröße
- und 2.) Berechnung der Größenverteilung des Kollektivs aus der gemessenen Verteilung der Dispersitätsgrößen auf der Grundlage einer Modellvorstellung.

Eine konsequente Übernahme dieser Vorgehensweise für die Blasengrößenanalyse im Fließbett verlangt als erstes die Suche nach einer geeigneten Dispersitätsgröße.

Möglich erscheint zunächst - im Analogie zur Sedimentationsanalyse - als Dispersitätsgröße die Blasenauftstiegsgeschwindigkeit: Man könnte das Blasenkollektiv nach der Steiggeschwindigkeit der einzelnen Blasen klassieren. Mit Hilfe des für die isoliert aufsteigende Einzelblase bekannten Zusammenhanges zwischen Blasengröße und -steiggeschwindigkeit (Gl. (4.34)) ließe sich dann aus der Verteilung der Aufstiegsgeschwindigkeiten die Verteilung der Blasengrößen berechnen. Leider scheitert dies Verfahren einerseits daran, daß im Schwarm steigende Blasen sich anders verhalten als isoliert aufsteigende Blasen, und andererseits an der Tatsache, daß im realen Blasenfließbett aufgrund der Häufigkeit der Koaleszenzvorgänge und der damit verbundenen strömungsmechanischen Wechselwirkungen zwischen benachbarten Blasen keine eindeutige Zuordnung zwischen individueller Blasengröße und individueller, momentaner Steiggeschwindigkeit zu erkennen ist (vgl. Kap. 4.3 [14] und Abb. 4.14).

Die Blasenauftiegs-geschwindigkeit ist also letztlich deswegen als Dispersitätsgröße unbrauchbar, weil im realen Blasenfließbett die Blasenkonzentration, d.h. die Anzahl der Blasen pro Einheit des Bettvolumens, so groß ist, daß die Wechselwirkungen der Blasen untereinander die momentanen Steiggeschwindigkeiten der einzelnen Blasen entscheidend beeinflussen. Es darf bei dieser Gelegenheit daran erinnert werden, daß auch hier eine Analogie zur Korngrößenanalyse besteht. Bei der Korngrößenmeßtechnik kann unter entsprechenden Verhältnissen das Sedimentationsverfahren ebenfalls nicht verwendet werden. Wie Experimente von Johnes [46] gezeigt haben, hängt die Sinkgeschwindigkeit von sinkenden Feststoffteilchenkollektiven von der Feststoffkonzentration ab. Bei der Korngrößenanalyse hat man es aber insofern einfacher als bei der Blasengrößenanalyse, als man vor Beginn einer Sedimentationsanalyse die Feststoffkonzentration so einstellen kann, daß die gegenseitige Beeinflussung der sedimentierenden Teilchen auf ein Minimum reduziert wird. Die Blasenkonzentration im Fließbett ist dagegen zwangsläufig mit dem zu beschreibenden Fluidisationszustand gekoppelt.

Eine andere mögliche Dispersitätsgröße ist die Blasendurchstoßlänge: jede Blase, die den Meßwertgeber trifft, wird von ihm auf einer bestimmten Länge durchstoßen. Diese Durchstoßlänge kann aus einer Messung der Dauer des zugehörigen Blasenimpulses nach Gl. (4.62) berechnet werden. Entsprechend ist eine Klassierung der Durchstoßlängen über eine Klassierung der gemessenen Impulsdauern meßtechnisch möglich.

Damit wäre ein erstes Ziel einer Blasengrößenanalyse erreicht: die Klassierung des Blasenkollektivs nach der Dispersitätsgröße "Durchstoßlänge". Leider ist diese Dispersitätsgröße nicht eindeutig mit einer bestimmten Blasengröße verknüpft. Vielmehr kann eine gemessene Durchstoßlänge l von einer Blase beliebiger Größe herrühren, von der man nur weiß, daß ihre maximale Vertikalabmessung größer oder gleich l gewesen sein muß.

Da eine direkte Zuordnung zwischen individueller Durchstoßlänge und individueller Blasengröße nicht existiert, muß die Zuordnung

zwischen der Verteilung der Durchstoßlängen und der Verteilung der Blasengrößen ermittelt werden.

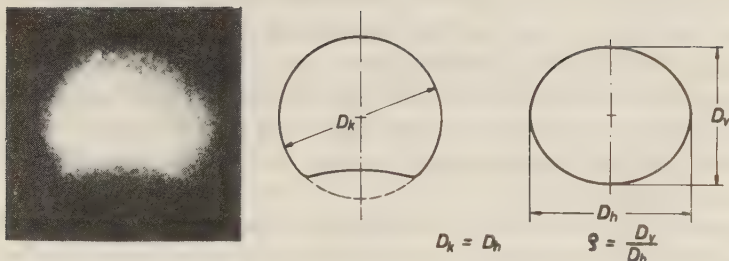
Zuvor muß allerdings in Analogie zu dem in der Korngrößenmeßtechnik üblichen Vorgehen das reale Blasenkollektiv, das aus Blasen unterschiedlicher Formen und unterschiedlicher Größe besteht, in einer Modellvorstellung durch ein Kollektiv von untereinander geometrisch ähnlichen Elementen ersetzt werden.

Zur Form der Blasen in Fließbetten gibt es Untersuchungen von Rowe [22], der Röntgenfotografien von isoliert aufsteigenden Einzelblasen angefertigt hat (vgl. Abb. 6.1). Diese Blasenform wird als 'spherical cap bubble with indented base', d.h. als kugelförmige Blase mit eingedrückter Unterseite, beschrieben. Kennzeichnende Parameter sind der Blasenradius $D_k/2$ und das Blasenvolumen V_b .

Es liegt nahe, eine solche Blase durch ein Rotationsellipsoid gleichen Volumens zu ersetzen, das durch einen Horizontaldurchmesser $D_h = D_k$ und einen Vertikaldurchmesser D_v bzw. durch eine Abmessung und einen Formfaktor φ ,

$$\varphi = D_v/D_h, \quad (6.1)$$

beschrieben wird. Drehachse des Ellipsoids ist der Vertikaldurchmesser, der parallel zur Steigrichtung der Blasen orientiert ist. Für die Ellipsoide des an einem Ort im Inneren des Fließbetts im zeitlichen Verlauf nacheinander existierenden Blasenkollektivs wird geometrische Ähnlichkeit angenommen. Dies geschieht in Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen von Rowe und Everett [5,6,7], nach denen in den meisten Anwendungsfällen die Annahme der geometrischen Ähnlichkeit eine brauchbare Näherung darstellt, obwohl in Wirklichkeit die Blasen des Kollektivs nicht exakt geometrisch ähnlich sind, weil große Blasen im Verhältnis mehr abgeplattet sind als kleine Blasen.



spherical cap bubble

Rotationsellipsoid

Abb. 6.1: Modellvorstellung für die Blasenform

Damit wird das Blasenkollektiv vollständig beschrieben

1. durch die Verteilung entweder der Horizontaldurchmesser D_h oder der Vertikaldurchmesser D_v
- und 2. durch einen konstanten Formfaktor ξ

Folgende Benennungen werden eingeführt:

$q_o(D_v)$, $Q_o(D_v)$ Anzahldichte- bzw. Anzahlsummenverteilung der D_v
 $n_o(D_h)$, $N_o(D_h)$ Anzahldichte- bzw. Anzahlsummenverteilung der D_h

Im folgenden Abschnitt 6.2 wird zunächst ein Verfahren zur Messung der Anzahlsummenverteilung $Q_o(D_v)$ der Vertikaldurchmesser entwickelt.

6.2 Entwicklung eines Verfahrens zur Messung der lokalen Blasengrößenverteilung $Q_o(D_v)$

6.21 Statistik der Durchstoßlängen

Es wird dazu eine Horizontalebene im Innern des Fließbettes betrachtet, die den Meßwertgeber als Punkt $\bar{G}$ enthält.

Die Fluidisation in dieser Ebene sei in dem Sinn homogen, daß die Zahl der Blasenmittelpunkte, die im zeitlichen Mittel pro Zeiteinheit durch ein Element dieser Ebene hindurchtreten, nur

abhängen soll von der Größe des Flächenelementes, nicht aber von der Wahl der Lage des Flächenelementes in der Ebene. Außerdem soll die Wahrscheinlichkeit, mit der ein zu einem beliebigen Zeitpunkt durch die Ebene hindurchtretender Blasenmittelpunkt zu einer Blase aus einer bestimmten Größenklasse gehört, unabhängig von der Lage des Durchstoßpunktes in der Meßebeane sein.

Da bekannt ist, daß sich der Fluidisationszustand mit zunehmendem Abstand h vom Aufgabeboden stark ändert, wird der zeitabhängige Fluidisationszustand in der Meßebeane durch eine Aneinanderreihung von Momentaufnahmen zu Zeiten t_i in eine räumliche Anordnung übertragen: Abb. 6.2.

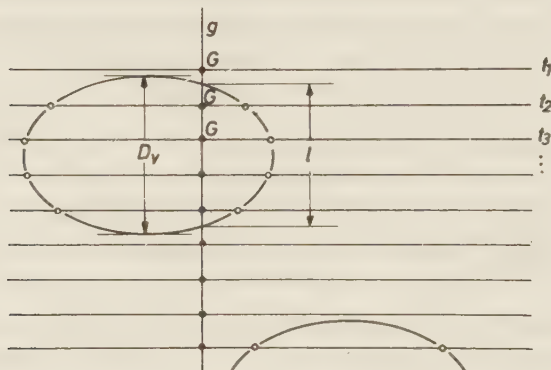


Abb. 6.2

In dieser Darstellung erscheint der Meßwertgeber G als vertikale Gerade g , die die im Raum verteilten Rotationsellipsoide durchstößt. Unter der Voraussetzung homogener Fluidisation in der Meßebeane sind die Rotationsellipsoide relativ zu der Geraden g zufällig im Raum verteilt. Jedes Durchstoßen einer Blase liefert eine Durchstoßlänge l . Das Kollektiv der Blasen, die den Meßwertgeber im Verlauf der Zeit treffen, liefert ein Kollektiv von Durchstoßlängen. Diese Durchstoßlängen besitzen eine Anzahldichteverteilung $g(l)$, deren Zusammenhang mit der Verteilung der Blasengrößen $Q_0(D_v)$ gesucht ist.

Das Problem ist in ähnlicher Form bereits in der Literatur behandelt worden (vgl. z.B. Kendall und Moran [43]): In ein Volumen sind zufällig verteilt konvexe Körper (z.B. Kugeln) eingebettet. Durch Hindurchstoßen einer Geraden durch dies Volumen ergibt sich eine Verteilung von Durchstoßlängen, deren Zusammenhang mit der Größenverteilung der konvexen Körper gesucht ist. Hier wird das Problem dadurch spezialisiert, daß die Blasenmittelpunkte relativ zur Zufallsgeraden g zwar zufällig im Raum verteilt sind, daß aber die Rotationsellipsoide immer so ausgerichtet aufsteigen, daß ihre Drehachsen parallel zur Steigrichtung der Blasen, d.h. parallel zur Geraden g , verlaufen.

Für die Anzahldichteverteilung der Durchstoßlängen gilt:

$g(l)dl$ = Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine Messung eine Durchstoßlänge im Intervall $(l, l + dl)$ liefert
 = Wahrscheinlichkeit dafür, daß, wenn zu einer beliebigen Zeit t der Meßwertgeber von einer Blase umschlossen ist, die zugehörige Durchstoßlänge im Intervall $(l, l + dl)$ liegt.

Die Alternativen, die zum Eintreten des zu $g(l)$ gehörenden Ereignisses E führen, sind für Durchstoßlängen l im Bereich $0 \leq l \leq D_{vmin}$ im Strukturdiagramm der Abb. 6.3 dargestellt.

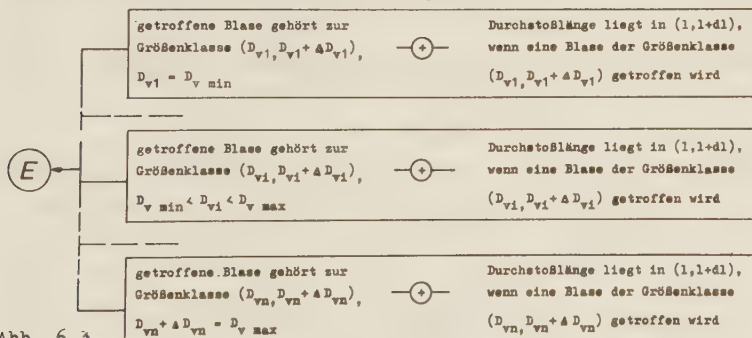


Abb. 6.3

Aus dem Strukturdiagramm liest man ab

$$g(l)dl = \sum_{i=1}^n P_{i1} \cdot P_{i2} \quad 0 \leq l \leq D_{vmin} \quad (6.2)$$

worin

P_{i1} = Wahrscheinlichkeit dafür, daß die getroffene Blase zur Größenklasse $(D_{vi}, D_{vi} + \Delta D_{vi})$ gehört

P_{i2} = Wahrscheinlichkeit dafür, daß die gemessene Durchstoßlänge im Intervall $(l, l + dl)$ liegt, wenn eine Blase der Größenklasse $(D_{vi}, D_{vi} + \Delta D_{vi})$ getroffen wird

Da die Mittelpunkte der Ellipsoide zufällig im Raum verteilt sind, ist für das Eintreten des zu P_{i1} gehörenden Ereignisses die zum Treffen sich anbietende Querschnittsfläche maßgebend: P_{i1} ist gleich dem Verhältnis der Summe der Projektionsflächen auf die Meßebene aller Ellipsoide der Größenklasse $(D_{vi}, D_{vi} + \Delta D_{vi})$ zur Summe der Projektionsflächen aller Ellipsoide des Kollektivs.

$$P_{i1} = \frac{\frac{\pi (\bar{D}_{hi})^2}{4} n_o(\bar{D}_{hi}) \Delta D_{hi}}{\sum_{i=1}^n \frac{\pi (\bar{D}_{hi})^2}{4} n_o(\bar{D}_{hi}) \Delta D_{hi}} \quad (6.3)$$

Mit Gl. (6.1) und

$$n_o(D_h) dD_h = q_o(D_v) dD_v \quad (6.4)$$

sowie der Definition der vollständigen Momente der $q_o(D_v)$ - Verteilung

$$M_{n,o,v} = \int_{D_v=D_{vmin}}^{D_{vmax}} D_v^n \cdot q_o(D_v) dD_v \quad (6.5)$$

folgt

$$P_{i1} = \frac{(\bar{D}_{vi})^2 \cdot q_o(\bar{D}_{vi}) \Delta D_{vi}}{M_{2,0,v}} \quad (6.6)$$

Das zu P_{12} gehörende Ereignis E ist

" die gemessene Durchstoßlänge liegt im Intervall $(1, 1 + d1)$, wenn eine Blase der Größenklasse $(D_{vi}, D_{vi} + \Delta D_{vi})$ getroffen wird"

Eine mögliche Realisierung dieses Ereignisses ist in Abb. 6.4 dargestellt.

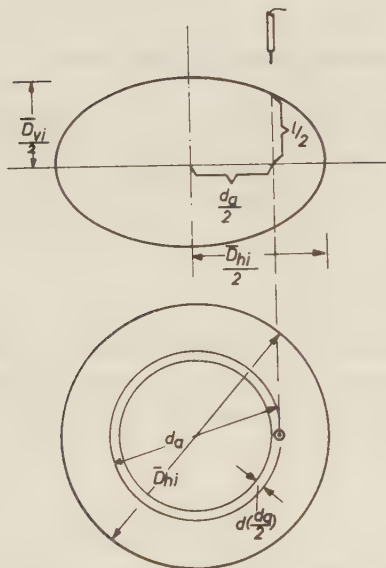


Abb. 6.4

Da die Wahrscheinlichkeit P_{12} gleichbedeutend mit der Wahrscheinlichkeit dafür ist, daß das Rotationsellipsoid im Abstand zwischen $\frac{d_a}{2}$ und $(d_a/2) - d(d_a/2)$ von der Drehachse getroffen wird, folgt

$$P_{12} = \frac{\text{Ringfläche}}{\text{Gesamtfläche}} = \frac{\pi d_a \cdot d(\frac{d_a}{2})}{\frac{\pi}{4} (\bar{D}_{hi})^2} \quad (6.7)$$

Mit

$$\left[\frac{1/2}{\bar{D}_{vi/2}} \right]^2 + \left[\frac{d_a/2}{\bar{D}_{hi/2}} \right]^2 = 1 \quad (6.8)$$

folgt aus (6.7)

$$\dot{P}_{12} = \frac{2ldl}{(\bar{D}_{vi})^2} \quad (6.9)$$

Einsetzen von (6.9) und (6.6) in (6.2) liefert

$$g(l)dl = \sum_{i=1}^n \frac{2ldl}{M_{2,0,v}} q_0(\bar{D}_{vi}) \Delta D_{vi}, \quad 0 \leq l \leq D_{vmin} \quad (6.10)$$

Übergang auf kontinuierliche Blasengrößenverteilung liefert

$$g(l)dl = \int_{D_v=D_{vmin}}^{D_{vmax}} \frac{2ldl}{M_{2,0,v}} q_0(D_v) dD_v, \quad 0 \leq l \leq D_{vmin} \quad (6.11)$$

Entsprechend folgt im Bereich

$$D_{vmin} \leq l \leq D_{vmax}$$

unter Berücksichtigung der Tatsache, daß Durchstoßlängen l in diesem Bereich nur auftreten können, wenn eine Blase getroffen wird, deren Vertikaldurchmesser größer oder zumindest gleich l ist,

$$g(l)dl = \int_{D_v=l}^{D_{vmax}} \frac{2ldl}{M_{2,0,v}} q_0(D_v) dD_v, \quad D_{vmin} \leq l \leq D_{vmax} \quad (6.12)$$

Die Beziehungen (6.11) und (6.12) stellen den gesuchten Zusammenhang zwischen der (meßbaren) Anzahldichteverteilung der Durchstoßlängen und der (gesuchten) Verteilung der Blasengrößen dar.

6.22 Bestimmung der Blasengrößenverteilung $q_0(D_v)$ aus der Verteilung $g(l)$ der Durchstoßlängen

Gl. (4.64) gibt eine Meßvorschrift für die mittlere Durchstoßlänge an:

$$E[l] = \bar{v}_b \cdot T_b \quad (4.64)$$

Damit ist das erste Moment der Durchstoßlängenverteilung durch eine verhältnismäßig einfache Messung zugänglich.

Da eine Verteilung grundsätzlich entweder durch die Verteilungsfunktion oder durch die Gesamtheit ihrer Momente beschrieben werden kann, soll im folgenden zunächst der Zusammenhang zwischen den Momenten $M_{n,0,1}$ der Durchstoßlängenverteilung und den Momenten $M_{n,0,v}$ der Blasengrößenverteilung berechnet werden. Die Momente der Anzahlverteilung der Durchstoßlängen werden definiert durch

$$M_{n,0,1} = \int_{l=0}^{\infty} l^n g(l) dl \quad (6.13)$$

Einsetzen von (6.11) und (6.12) liefert

$$\begin{aligned} M_{n,0,1} = & \int_{l=0}^{D_{vmin}} l^n \int_{D_v=D_{vmin}}^{D_{vmax}} \frac{2l}{M_{2,0,v}} q_o(D_v) dD_v dl + \\ & + \int_{l=D_{vmin}}^{D_{vmax}} l^n \int_{D_v=l}^{D_{vmax}} \frac{2l}{M_{2,0,v}} q_o(D_v) dD_v dl \end{aligned} \quad (6.14)$$

Eine Betrachtung der Integrationsbereiche der beiden Doppelintegrale zeigt, daß eine Vertauschung der Reihenfolge der Integrationen möglich ist. Damit folgt nach partieller Integration über l

$$M_{n,0,1} = \frac{2}{n+2} \frac{M_{n+2,0,v}}{M_{2,0,v}} \quad (6.15)$$

Aus Gl. (6.15) folgt, daß eine Bestimmung von Momenten der Anzahlverteilung $q_o(D_v)$ der Blasengrößen allein durch Messung von Momenten der Durchstoßlängenverteilung nicht möglich ist.

Eine Umformung der Gl. (6.15) mit Hilfe der aus der Momentenrech-

nung (vgl. z.B. [44]) bekannten Beziehung

$$M_{k,r} = \frac{M_{k,r,0}}{M_{r,0}} \quad (6.16)$$

liefert

$$M_{n,0,1} = \frac{2}{n+2} M_{n,2,v} \quad (6.17)$$

d.h. aus den Momenten der Durchstoßlängenverteilung lassen sich unmittelbar die entsprechenden Momente der Flächenverteilung $Q_2(D_v)$ berechnen.

Insbesondere gilt

$$M_{1,0,1} = E[l] = \frac{2}{3} M_{1,2,v} \quad (6.18)$$

Die Flächenverteilung $Q_2(D_v)$ ist eine wenig anschauliche Beschreibung für das Blasenkollektiv. Für praktische Zwecke wichtiger ist zweifellos die Kenntnis der Anzahlverteilung $Q_0(D_v)$ der Blasen-
größen. Aus den Gln. (6.11) und (6.12)

$$g(l) dl = \begin{cases} \frac{2l}{M_{2,0,v}} \int_{D_v=D_{vmin}}^{D_{vmax}} q_0(D_v) dD_v dl & 0 \leq l \leq D_{vmin} \end{cases} \quad (6.11)$$

$$\begin{cases} \frac{2l}{M_{2,0,v}} \int_{D_v=l}^{D_{vmax}} q_0(D_v) dD_v dl & D_{vmin} \leq l \leq D_{vmax} \end{cases} \quad (6.12)$$

erhält man, wenn man die Definition der Summenverteilung $Q_0(D_v)$

$$Q_0(D_v^*) = \int_{D_v=D_{vmin}}^{D_v^*} q_0(D_v) dD_v \quad (6.19)$$

einführt,

$$\frac{g(l)}{1} = \begin{cases} \frac{2}{M_{2,0,v}} & 0 \leq l \leq D_{vmin} \\ \frac{2}{M_{2,0,v}} [1 - Q_0(l)] & D_{vmin} \leq l \leq D_{vmax} \end{cases} \quad (6.20)$$

Gl. (6.20) stellt eine einfache Vorschrift dar, mit deren Hilfe man aus einer Messung der Durchstoßlängenverteilung $g(l)$ die Verteilung $Q_0(D_v)$ der Blasengrößen berechnen kann.

6.23 Messtechnische Einzelheiten

Das Problem der Messung der Durchstoßlängenverteilung läßt sich mit den in Kap. 4.41 geschilderten Überlegungen und der daraus resultierenden Gl. (4.62)

$$l = \bar{v}_b \cdot t_b \quad (4.62)$$

auf eine Messung der Verteilung $w(t_b)$ der Impulsdauern und mit

$$t_b = t_g + a \left[2 \frac{y^* - \bar{y}_1}{E[z]} - 1 \right] \quad (4.4)$$

schließlich auf eine Messung der Anzahlverteilung $w(t_g)$ der Toröffnungsauern zurückführen.

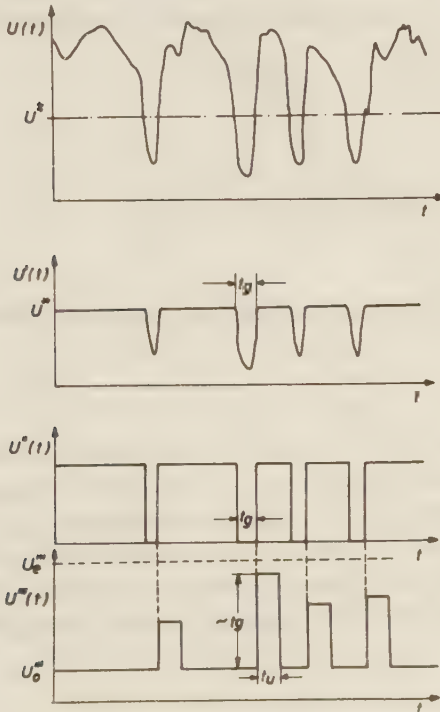


Abb. 6.5

Die Messung der Verteilung $w(t_g)$ über Einzelmessungen der Toröffnungs-dauer mit einem elektronischen Zähler und anschließende manuelle Klassierung scheitert an dem für Serienmessungen zu hohen Zeitaufwand.

Da ein automatisch arbeitendes Impulsbreitenklassiergerät nicht zur Verfügung stand, wohl aber in Gestalt des Hewlett-Packard-Korrelators ein zur Klassierung von Impulshöhen geeignetes Gerät, wurde ein Impulsbreitenkonverter entwickelt, der aus dem Signal $U''(t)$, das aus einer Zufallsfolge von Rechteckimpulsen schwankender Dauern t_g und konstanter Höhen besteht, ein neues Signal $U'''(t)$ erzeugt. Jeder Impuls des Signals $U''(t)$ wird dabei umgesetzt in einen Rechteckimpuls konstanter Dauer t_u , dessen Höhe proportional der jeweiligen Toröffnungs-dauer t_g ist (vgl. Abb. 6.5):

Mit Hilfe des Korrelators kann die Amplitudenwahrscheinlichkeits-dichte-Verteilung $h(U''')$ des Signals $U'''(t)$ gemessen werden, die qualitativ den in der Abb. 6.6 dargestellten Verlauf besitzt.

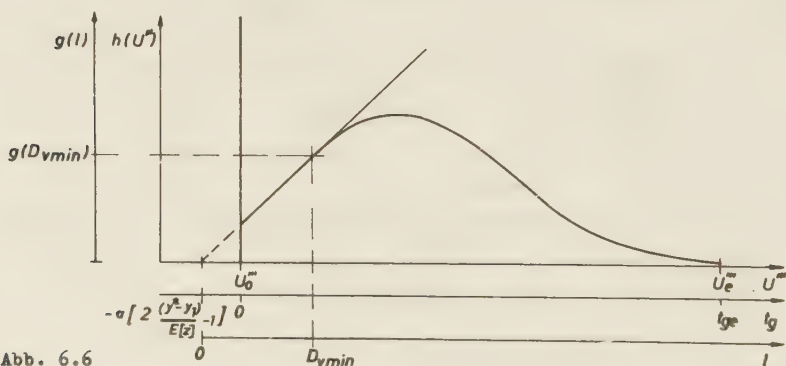


Abb. 6.6

Die Eichspannung U_e''' dient zur Umrechnung von Spannungsunterschieden $\Delta U'''$ in Toröffnungs-dauern t_g : je nach Bereichseinstellung entspricht $(U_e''' - U_0''')$ einer Toröffnungs-dauer von 25, 50, 100 oder 200 ms. Mit den Gln. (4.4) und (4.62) läßt sich die Abszisse in Einheiten der Durchstoßlänge l umrechnen. Weil sämtliche Impulsdauern der Impulsfolge $U'''(t)$ gleich sind, gilt

aufgrund der Beziehungen (4.4) und (4.62)

$$g(l) = \text{const} \cdot h(U''') \quad \text{für } U''' > U_0''' \quad (6.22)$$

Für die Bestimmung der Blasengrößenverteilung folgt aus Gl. (6.20) zunächst für $0 \leq l \leq D_{vmin}$

$$g(l) = \frac{2}{M_{2,0,v}} l \quad (6.23)$$

d.h. die Verteilung $g(l)$ ist in diesem Bereich eine durch den Nullpunkt gehende Gerade. Auf diese Weise läßt sich die untere Grenze D_{vmin} der Blasengrößenverteilung auffinden.

Im Bereich $D_{vmin} \leq l \leq D_{vmax}$ folgt aus Gl. (6.20)

$$Q_0(l) = 1 - \frac{M_{2,0,v}}{2} \cdot \frac{g(l)}{1} \quad D_{vmin} \leq l \leq D_{vmax} \quad (6.24)$$

Mit

$$Q_0(D_{vmin}) = 0 \quad (6.25)$$

folgt aus (6.24) die Auswertungsvorschrift

$$Q_0(l) = 1 - \frac{g(l)}{g(D_{vmin})} \cdot \frac{D_{vmin}}{1} \quad D_{vmin} \leq l \leq D_{vmax} \quad (6.26)$$

Da in (6.26) nur das Verhältnis $g(l)/g(D_{vmin})$ auftritt, ist eine Kenntnis des Ordinatenmaßstabes nicht notwendig.

6.24 Beispiel einer Blasengrößenverteilungsmessung

Versuchsdaten:

Versuchsgut Quarzsand ($\bar{d}_p = 83 \mu m$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$),

$u_0/u_{mf} = 5$, $D_B = 20 \text{ cm}$, $H_F = 50 \text{ cm}$, $h = 8 \text{ cm}$, $r = 0$.

Meßwerte:

$\bar{v}_b = 39,89 \text{ cm/s}$; $k = 1,81 \text{ 1/s}$; $(y^* - \bar{y}_1)/E[z] = 0,515$

Nach genauer Einstellung des Spannungsniveaus der Diskriminator-schaltung wird während einer Dauer $T \approx 20 \text{ min}$ die Amplitudenver-

teilung $h(U''')$ gemessen. Das Ergebnis zeigt die Abb. 6.7.

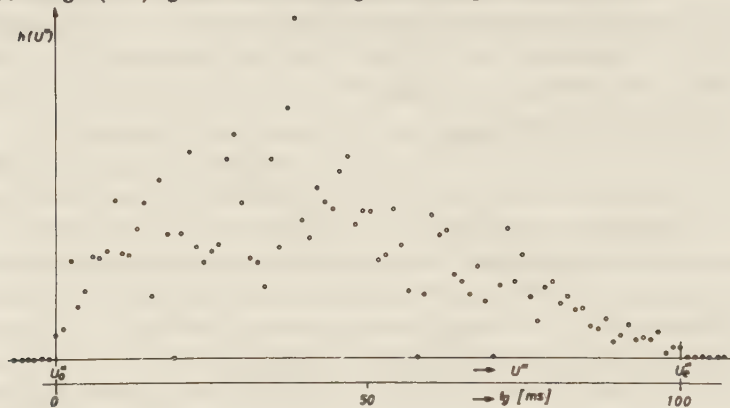


Abb. 6.7

Durch die Messung werden

$$k \cdot T \approx 2200$$

Blasen erfaßt, deren Toröffnungsdauern vom Korrelator in ca. 85 Klassen eingeordnet werden. Da die Anzahl der Klassen im Vergleich zur Gesamtzahl der Individuen zu hoch ist und deswegen die Meßpunkte in Abb. 6.7 stark streuen, wird durch schrittweises Zusammenfassen benachbarter Klassen die Anzahl der Klassen auf 10 reduziert (Abb. 6.8).

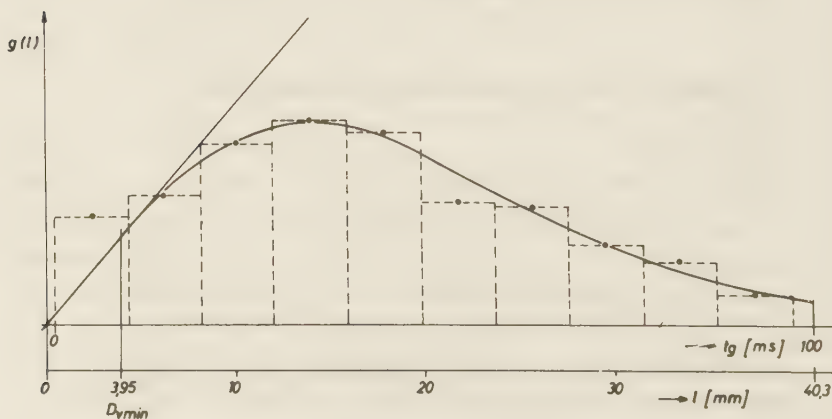


Abb. 6.8

Beim Zeichnen der Ausgleichskurve muß berücksichtigt werden, daß die Meßdauern T , die zu einer hinreichend genauen Erfassung der $h(U''')$ -Verteilung notwendig sind, mit 20 bis 30 min sehr groß ausfallen. Für derart große Zeiträume liegt die Breite ΔU des Spannungsbereiches, innerhalb dessen aufgrund der Temperatureinflüsse im Gebersystem das Gebersignal driftet, in der Nähe von

$$\Delta U = \frac{1}{2} |(\bar{y}_1 + z_u - y_{10})|$$

Das bedeutet (vgl. Kap. 3), daß der Spannungspegel U^* der Diskriminatorschaltung relativ zum Gebersignal derart driftet, daß zeitweise Rauschspitzen durch das Abschneiden erfaßt werden, zeitweise aber auch kleine Impulse in der Nähe ihres Scheitelpunktes erfaßt werden, wodurch die Toröffnungsdauer t_g infolge der Abrundung wesentlich kleiner ausfällt, als nach dem Trapezimpulsmodell zu erwarten ist (vgl. dazu Kap. 4.24).

Es folgt daraus, daß sich durch den Drifteinfluß Fehlmessungen insbesondere bei kleinen Toröffnungsdauern ergeben. Aus diesem Grunde wurde beim Zeichnen der Ausgleichskurve in Abb. 6.8 der Inhalt der ersten der 10 Klassen nicht berücksichtigt.

Die Festlegung der Grenze D_{vmin} der Blasengrößenverteilung ist nur relativ ungenau möglich aufgrund des allmählichen Überganges vom geraden in den gekrümmten Verlauf der Funktion $g(1)$.

Andererseits hat die Festlegung von D_{vmin} keinen Einfluß auf die Verteilung der übrigen Blasengrößen; entscheidend ist nur die Neigung der Anfangsgeraden.

Die aus der Durchstoßlängenverteilung berechnete Blasengrößenverteilung $Q_0(D_v)$ ist in Abb. 6.9 dargestellt.

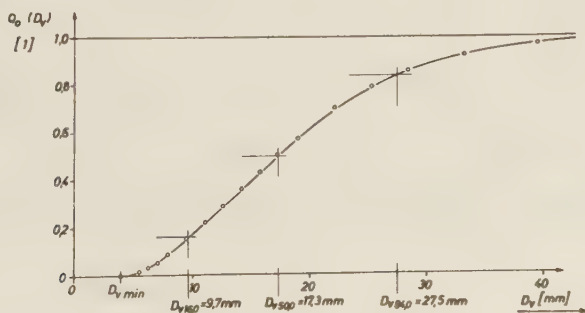


Abb. 6.9

6.3 Entwicklung eines Verfahrens zur Bestimmung der lokalen, mittleren Blasenform

In der in Kap. 6.1 dargestellten Modellvorstellung wird das Kollektiv der Blasen, die im zeitlichen Verlauf nacheinander an einem Ort im Innern des Fließbettes existieren, ersetzt durch ein Kollektiv von untereinander geometrisch ähnlichen Rotationsellipsoiden jeweils gleichen Volumens wie die zugehörige Blase. Das Kollektiv der Ellipsoide wird vollständig beschrieben

1. durch die Verteilung $\varphi_0(D_v)$ der Vertikaldurchmesser, für die im vorangehenden Abschnitt 6.2 ein Meßverfahren abgeleitet wurde,

und

2. durch einen konstanten Formfaktor φ nach Gl. (6.1).

Zur Bestimmung des Formfaktors φ werden zwei Meßwertgeber A und B in einer horizontalen Meßebene im Abstand s voneinander angeordnet (Abb. 6.10).

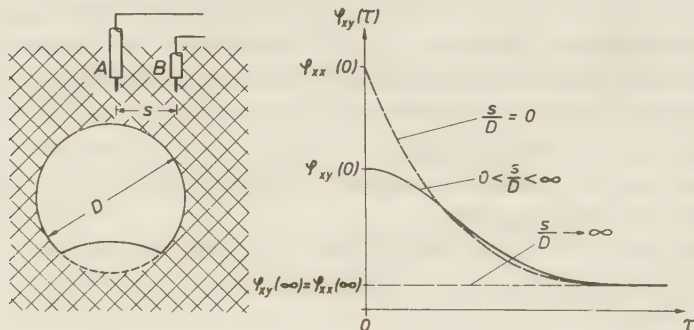


Abb. 6.10

Die entsprechenden Blasenimpulsfolgen sind $x(t)$ und $y(t)$. Beide Signale werden kreuzkorreliert, d.h. es wird die Kreuzkorrelationsfunktion (KKF)

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) y(t + \tau) dt \quad (6.27)$$

berechnet.

Man kann sich anschaulich klarmachen, daß und wie diese Funktion vom Verhältnis Geberabstand s zu mittlerer Blasengröße D abhängt:

Wenn man sich den Fall vorstellt, daß der Geberabstand s gleich Null ist (oder umgekehrt die Blasen sehr viel größer sind als der Geberabstand), so sind die elektrischen Signale $x(t)$ und $y(t)$ identisch, weil jeder Geber gleichzeitig von derselben Blase getroffen wird. Die Kreuzkorrelationsfunktion ist dann identisch mit einer Autokorrelationsfunktion.

Das andere Extrem ist der Fall, in dem der Geberabstand s sehr viel größer als der mittlere Blasendurchmesser ist. In diesem Fall trifft keine Blase gleichzeitig beide Geber. Weil die beiden Signale $x(t)$ und $y(t)$ keinerlei Verwandtschaft miteinander, d.h. keine gemeinsamen Blasenimpulse aufweisen, ergibt sich für die Kreuzkorrelationsfunktion ein konstanter Wert.

Der reale Fall, bei dem der Geberabstand s von der Größenordnung der Blasenabmessungen ist, wird gekennzeichnet durch einen Verlauf der Kreuzkorrelationsfunktion, der zwischen diesen beiden Extremen liegt, und zwar ist der Anfangswert der KKF, $\varphi_{xy}(0)$, immer kleiner als der Anfangswert der AKF, $\varphi_{xx}(0)$.

Es wird nun mit der Größe δ eine relative Abschwächung der KKF im Vergleich zur AKF definiert durch

$$\delta = \frac{\varphi_{xy}(0) - \varphi_{xy}(\infty)}{\varphi_{xx}(0) - \varphi_{xx}(\infty)} \quad (6.28)$$

Wie man sofort sieht, liegen Zahlenwerte für δ immer zwischen Null und Eins.

Im folgenden soll aufgrund eines mathematischen Modells der Zusammenhang der Größe δ mit den Eigenschaften der Blasengrößenverteilung berechnet werden, um anschließend aus dem Vergleich mit gemessenen Abschwächungswerten δ Aufschluß über den Formfaktor φ zu erhalten.

Die Voraussetzungen für die folgenden Rechnungen sind:

- I. Die Fluidisation in der Meßebeane sei homogen in dem in Kap. 6.21 bei der Statistik der Durchstoßlängen

eingeführten Sinne.

II. Beide Gebersignale seien elektrisch gleichwertig.

Sowohl in $x(t)$ als auch in $y(t)$ sollen die Blasenimpulse Rechteckimpulse konstanter Amplitude z sein. Beide Signale sollen nur Blasenimpulse, d.h. keinen Rauschanteil, enthalten.

Die Voraussetzung II läßt sich meßtechnisch auf einfache Weise dadurch realisieren, daß nicht unmittelbar die von den Reaktanzwandlern gelieferten Signale $U_A(t)$ und $U_B(t)$, sondern die am Ausgang der Diskriminatorschaltung verfügbaren Signale $U_A''(t)$ und $U_B''(t)$ (vgl. Abb. 4.1) miteinander kreuzkorreliert werden. Die folgenden Rechnungen gehen von Modellsignalen $x(t)$ und $y(t)$ aus,

$$x(t) = z - U_A''(t) \quad (6.29)$$

$$y(t) = z - U_B''(t) \quad (6.30)$$

mit

$$z = 4 \text{ Volt},$$

weil lediglich Differenzen von Funktionswerten der KKF benötigt werden, für die - wie eine einfache Rechnung zeigt - gilt

$$\varphi_{xy}(\tau_1) - \varphi_{xy}(\tau_2) = \varphi_{U_A'' U_B''}(\tau_1) - \varphi_{U_A'' U_B''}(\tau_2) \quad (6.31)$$

Unter den Voraussetzungen I und II gilt

$$\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_{yy}(\tau) \quad (6.32)$$

und

$$\varphi_{xy}(\infty) = \varphi_{xx}(\infty) = \varphi_{yy}(\infty) = (zkT_g)^2 \quad (6.33)$$

Ferner gilt, analog zu Gl. (4.26),

$$\varphi_{xx}(0) = \varphi_{yy}(0) = z^2 kT_g \quad (6.34)$$

Für die Berechnung des Anfangswertes der KKF, $\varphi_{xy}(0)$, geht man zweckmäßig aus von der Ensemblemittelwertdefinition der Korrelationsfunktion für diskrete Zufallsprozesse, die in analoger Form bereits in Kap. 4.2 bei der Berechnung der Autokorrelationsfunktion verwendet wurde. In dem hier speziell vorliegenden Fall, daß in beiden Prozessen $x(t)$ und $y(t)$ die Zufallsvariablen nur entwe-

der den Wert 0 oder den Wert z annehmen können, gilt analog zu Gl. (4.17)

$$\varphi_{xy}(0) = z^2 P_{\xi_1, \xi_2}(z, z; 0) \quad (6.35)$$

Darin ist $P_{\xi_1, \xi_2}(z, z; 0)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zu einer beliebigen Zeit t die Zufallsvariable ξ_1 den Wert z hat (daß also zu dieser Zeit der Geber A gerade eine Blase registriert) und daß zur selben Zeit die Zufallsvariable ξ_2 ebenfalls den Wert z hat (daß also auch Geber B gerade eine Blase registriert).

Die Verbundwahrscheinlichkeit $P_{\xi_1, \xi_2}(z, z; 0)$ läßt sich in eine bedingte und eine unbedingte Wahrscheinlichkeit aufspalten:

$$P_{\xi_1, \xi_2}(z, z; 0) = P_{\xi_1}(z) \cdot P_{\xi_2/\xi_1}(z/z; 0) \quad (6.36)$$

Für die (unbedingte) Wahrscheinlichkeit $P_{\xi_1}(z)$ dafür, daß zu einem beliebigen Zeitpunkt t der Geber A einen Impuls registriert, gilt analog Gl. (4.24)

$$P_{\xi_1}(z) = kT_g \quad (6.37)$$

$P_{\xi_2/\xi_1}(z/z; 0)$ ist die (bedingte) Wahrscheinlichkeit dafür, daß, wenn zu einem beliebigen Zeitpunkt t Geber A einen Impuls registriert, zur selben Zeit Geber B einen Impuls registriert. Das zugehörige Ereignis E

"zur Zeit t registriert Geber B einen Impuls, wenn zur selben Zeit Geber A einen Impuls registriert"

tritt mit Sicherheit dann ein, wenn

entweder Geber B zur Zeit t von derselben Blase umschlossen wird, die zur selben Zeit Geber A umschließt

→ zugehörige Wahrscheinlichkeit P

oder Geber B zur Zeit t nicht von derselben Blase, die zur selben Zeit den Geber A umschließt, umschlossen wird, aber zur Zeit t von einer anderen Blase umschlossen wird

→ zugehörige Wahrscheinlichkeit P'

Damit folgt

$$P_{\xi_2/\xi_1}(z/z; 0) = P + P' \quad (6.38)$$

Aus der Voraussetzung homogener Fluidisation in der Meßebene folgt, daß im Grenzfall unendlich großer Meßdauer T sowohl A

als auch B von n Blasen getroffen werden, wobei n' -mal beide Geber von derselben Blase getroffen werden.

Wenn man vereinfachend annimmt, daß in den Impulsfolgen $x(t)$ und $y(t)$ zusammengehörige, d.h. von derselben Blase herrührende Impulsdauern t_g annähernd gleich groß sind und daß die Wahrscheinlichkeit P unabhängig von der Dauer t_g der einzelnen Impulse ist, folgt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n'}{n} \right) = P \quad (6.39)$$

Bei der Berechnung des zur Wahrscheinlichkeit P' gehörigen Ereignisses "Geber B wird zur Zeit t von einer Blase umschlossen, aber nicht von der, die zur selben Zeit den Geber A umschließt"

ist davon auszugehen, daß dies Ereignis nur bei $(n-n')$ der insgesamt n Impulse eintreten kann. Damit folgt analog zu Gl. (4.24)

$$P' = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-n'}{n} kT_g \quad (6.40)$$

und mit (6.39)

$$P' = (1-P) kT_g \quad (6.41)$$

Damit folgt für den Anfangswert der KKF

$$\varphi_{xy}(0) = z^2 kT_g \{ P + (1-P) kT_g \} \quad (6.42)$$

und die Abschwächung der KKF (6.28) ergibt sich zu

$$\delta = \frac{z^2 kT_g \{ P + (1-P) kT_g \} - z^2 (kT_g)^2}{z^2 kT_g - z^2 (kT_g)^2} \quad (6.43)$$

bzw.

$$\delta = P$$

d.h. die Abschwächung der KKF ist identisch mit der Wahrscheinlichkeit P dafür, daß, wenn zu einer beliebigen Zeit t Geber A von einer Blase umschlossen ist, Geber B zur selben Zeit von derselben Blase umschlossen wird (Gl. (6.43) enthält die bei der Einführung der KKF $\varphi_{xy}(\tau)$ und bei der Definition der Größe δ bereits erwähnten Grenzfälle, denn für $(s/D) = 0$ gilt mit $P=1$ auch $\delta=1$, und für $(s/D) \rightarrow \infty$ folgt mit $P=0$ auch $\delta=0$).

Eine mögliche Realisierung des Ereignisses E

"zu einem beliebigen Zeitpunkt t , an dem der Geber A

gerade von einer Blase umschlossen ist, wird der Geber B von derselben Blase umschlossen"

ist in der folgenden Abb. 6.11 dargestellt (die Geber A und B sind als in der Meßebene liegende Punkte angedeutet).

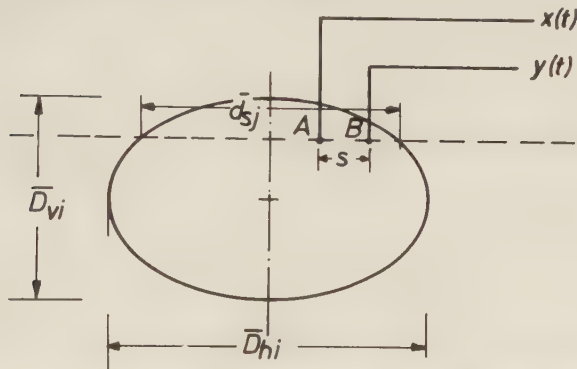


Abb. 6.11

Das skizzierte Ereignis tritt mit Sicherheit dann ein, wenn

- 1.) zum Zeitpunkt t eine Blase der Größenklasse $(\bar{D}_{hi}, \bar{D}_{hi} + \Delta \bar{D}_{hi})$ den Geber A umschließt

→ zugehörige Wahrscheinlichkeit: $P_1(\bar{D}_{hi}) = p_1(\bar{D}_{hi}) \Delta \bar{D}_{hi}$

und

- 2.) - unter der Bedingung, daß zum Zeitpunkt t eine Blase der Größenklasse $(\bar{D}_{hi}, \bar{D}_{hi} + \Delta \bar{D}_{hi})$ den Geber A umschließt - der Durchmesser d_s des Schnittkreises der Blase mit der Meßebene zum selben Zeitpunkt im Intervall $(\bar{d}_{sj}, \bar{d}_{sj} + \Delta \bar{d}_{sj})$ liegt

→ zugehörige Wahrscheinlichkeit:

$$P_2(\bar{d}_{sj}) = p_2(\bar{d}_{sj}) \cdot \Delta \bar{d}_{sj}$$

und

- 3.) - unter der Bedingung, daß zum Zeitpunkt t der Durchmesser des Schnittkreises im Intervall $(\bar{d}_{sj}, \bar{d}_{sj} + \Delta \bar{d}_{sj})$ liegt - nicht nur Geber A sondern auch Geber B im Innern des Schnittkreises liegt

→ zugehörige Wahrscheinlichkeit $P_{A,B}$

Damit folgt für die Wahrscheinlichkeit P_1 , mit der die in Abb. 6.11 skizzierte Realisierung des Ereignisses E eintritt:

$$P_1 = P_1(\bar{D}_{hi}) \cdot P_2(\bar{a}_{sj}) \cdot P_{A,B} \quad (6.44)$$

Im folgenden werden die in Gl. (6.44) enthaltenen Wahrscheinlichkeiten einzeln berechnet.

Für die Wahrscheinlichkeit $P_1(\bar{D}_{hi})$ folgt aus Gl. (6.3):

$$P_1(\bar{D}_{hi}) = \frac{\bar{D}_{hi}^2 n_o(\bar{D}_{hi}) \Delta D_{hi}}{M_{2,0,h}} \quad (6.45)$$

Mit der Momentendefinition

$$M_{n,0,h} = \int_{D_h=D_{hmin}}^{D_{hmax}} D_h^n n_o(D_h) dD_h \quad (6.46)$$

Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit $P_2(\bar{a}_{sj})$ wird eine neue Wahrscheinlichkeit, $P(\bar{h}_{si})$, eingeführt.

$P(\bar{h}_{si})$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß, wenn zur Zeit t der Geber A von einer Blase der Klasse $(D_{hi}, D_{hi} + \Delta D_{hi})$ umschlossen ist, die Meßebene die Blase zur selben Zeit in einem Abstand h_s vom Mittelpunkt schneidet, der im Intervall $(h_{si}, h_{si} + \Delta h_{si})$ liegt. Eine Realisierung des zugehörigen Ereignisses ist in Abb. 6.12 dargestellt.

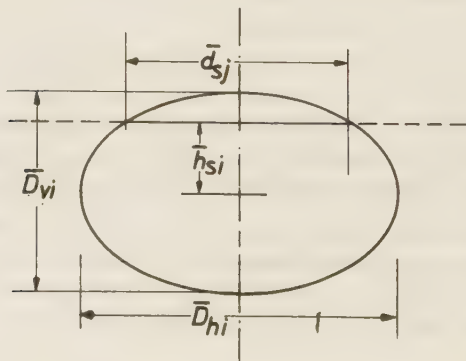


Abb. 6.12

Aufgrund der Gleichverteilung der Schnittwahrscheinlichkeiten über alle möglichen Abstände h_s

$$0 \leq h_s \leq \bar{D}_{vi}/2$$

folgt

$$P(\bar{h}_{si}) = \frac{\Delta h_{si}}{(\bar{D}_{vi}/2)} \quad (6.47)$$

Aus dem Vergleich der Definitionen von $P(\bar{h}_{si})$ und $P_2(\bar{d}_{sj})$ folgt unmittelbar, daß gilt

$$P_2(\bar{d}_{sj}) = P(\bar{h}_{si}) \quad (6.48)$$

Unter Berücksichtigung der Geometrie

$$\left(\frac{\bar{h}_{si}}{(\bar{D}_{vi}/2)} \right)^2 + \left(\frac{\bar{d}_{sj}/2}{\bar{D}_{hi}/2} \right)^2 = 1 \quad (6.49)$$

folgt schließlich

$$P_2(\bar{d}_{sj}) = \frac{\bar{d}_{sj} \cdot \Delta d_{sj}}{\bar{D}_{hi} \sqrt{\bar{D}_{hi}^2 - \bar{d}_{sj}^2}} \quad (6.50)$$

$P_{A,B}$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß, wenn zur Zeit t der Schnittkreisdurchmesser d_s im Intervall $(d_{sj}, d_{sj} + \Delta d_{sj})$ liegt, nicht nur Geber A sondern auch Geber B im Innern des Schnittkreises liegt.

Ein solches Ereignis ist in der linken Hälfte der Abb. 6.13 dargestellt.

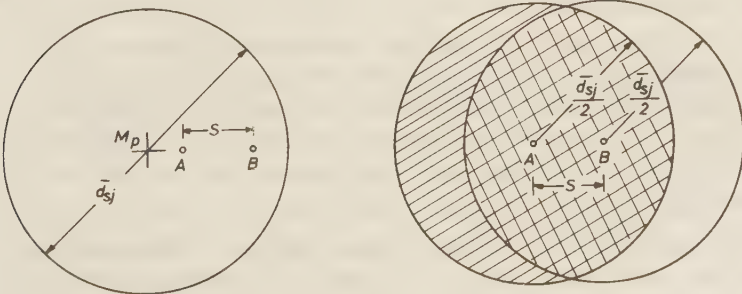


Abb. 6.13

Voraussetzungsgemäß liegt Geber A mit Sicherheit im Innern des Schnittkreises. Umgekehrt heißt das: der Mittelpunkt M_p des Schnittkreises liegt mit Sicherheit im Innern eines Kreises um A mit dem Radius $\bar{d}_{sj}/2$ (vgl. rechte Hälfte der Abb. 6.13). Die Fläche des Kreises wird mit F bezeichnet,

$$F = \frac{\pi}{4} \bar{d}_{sj}^2 \quad (6.51)$$

Der Schnittkreis enthält aber nur dann sowohl Geber A als auch Geber B, wenn sein Mittelpunkt M_p innerhalb des - in Abb. 6.13 kreuzweise schraffierten - Überdeckungsgebietes des Kreises um A mit einem Kreis gleichen Durchmessers um B liegt. Die Fläche des Überdeckungsgebietes sei F^* .

Aufgrund der Gleichverteilung der Lagewahrscheinlichkeiten der Schnittkreismittelpunkte M_p über die Fläche F des Kreises um A folgt

$$P_{A,B} = \frac{F^*}{F} \quad (6.52)$$

Nach Berechnung des Flächenverhältnisses F^*/F folgt

$$P_{A,B} = \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \left(\frac{s}{\bar{d}_{sj}} \right) - \frac{s}{\bar{d}_{sj}} \sqrt{1 - \left(\frac{s}{\bar{d}_{sj}} \right)^2} \right\}, \quad 0 \leq \frac{s}{\bar{d}_{sj}} \leq 1 \quad (6.53)$$

Aus Gl. (6.53) folgt

$$P_{A,B} = 1 \text{ für } (s/\bar{d}_{sj}) = 0$$

$$P_{A,B} = 0 \text{ für } s = \bar{d}_{sj},$$

was leicht einzusehen ist: wenn der Geberabstand s gleich Null ist, wird mit Sicherheit, wenn der Schnittkreisdurchmesser sehr viel größer als der Geberabstand ist, mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit sowohl der Geber A als auch der Geber B im Innern des Schnittkreises liegen, was andererseits unmöglich ist, wenn der Geberabstand größer als oder gleich dem Schnittkreisdurchmesser ist.

In der Abb. 6.11 wurde eine von vielen alternativ möglichen Realisierungen des zur Wahrscheinlichkeit P gehörenden Ereignis-

nisses E dargestellt. Für diese eine Alternative, die durch eine bestimmte Blasengröße $\bar{D}_{hi}$ und einen bestimmten Schnittkreisdurchmesser $\bar{d}_{sj}$ charakterisiert war, wurde die entsprechende Eintrittswahrscheinlichkeit P_i berechnet.

Die Gesamtheit der zum Eintreffen des Ereignisses E führenden Alternativen ist im Strukturdiagramm der Abb. 6.14 schematisch dargestellt.

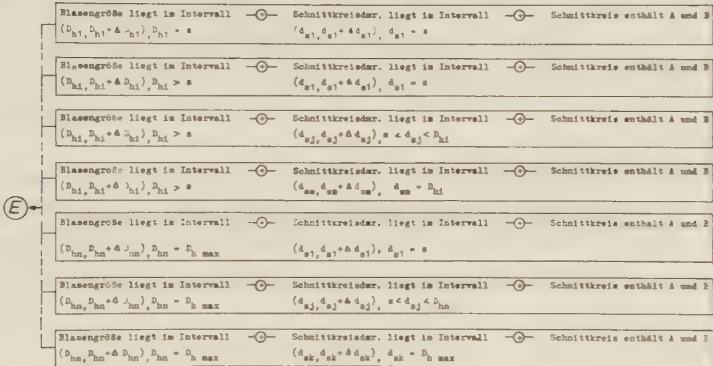


Abb. 6.14

Aus Abb. 6.14 folgt bei gleichzeitigem Übergang auf kontinuierliche Verteilungen der D_h und d_s

$$P = \int_{D_h=s}^{D_{hmax}} \int_{d_s=s}^{D_h} P_1(D_h) P_2(d_s) P_{A,B} d(d_s) d(D_h) \quad (6.54)$$

Damit folgt für die gesuchte Abschwächung δ der KKF gegenüber der AKF:

$$\delta = \int_{D_h=s}^{D_{hmax}} \int_{d_s=s}^{D_h} \frac{D_h n_0(D_h)}{M_{2,0,h}} \cdot \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos\left(\frac{s}{d_s}\right) - \frac{s}{d_s} \sqrt{1 - \left(\frac{s}{d_s}\right)^2} \right\} \frac{d_s}{\sqrt{D_h^2 - d_s^2}} d(d_s) d(D_h) \quad (6.55)$$

Gl. (6.55) enthält die bei der Einführung der KKF $\varphi_{xy}(\tau)$ und bei der Definition der Abschwächung δ durch Gl. (6.28) bereits besprochenen Sonderfälle, d.h. es ist

$$\delta = 0 \text{ für } s \geq D_{hmax}$$

und, wie man nach kurzer Rechnung feststellt,

$$\delta = 1 \quad \text{für} \quad s = 0.$$

Um das Doppelintegral der Gl. (6.55) auswerten zu können, wird zunächst die Funktion

$$f\left(\frac{s}{d_s}\right) = \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos\left(\frac{s}{d_s}\right) - \left(\frac{s}{d_s}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{s}{d_s}\right)^2} \right\} \quad (6.56)$$

im Bereich

$$0 \leq \frac{s}{d_s} \leq 1$$

durch ein Polynom der Form

$$F\left(\frac{s}{d_s}\right) = b_0 + b_1 \left(\frac{s}{d_s}\right) + b_2 \cdot \left(\frac{s}{d_s}\right)^2 + b_3 \left(\frac{s}{d_s}\right)^3 \quad (6.57)$$

approximiert. Mit passend gewählten Stützstellen bei

$$\frac{s}{d_s} = 0; 0,6; 0,95; 1$$

folgt für die Koeffizienten

$$b_0 = 1; b_1 = -0,976; b_2 = -0,865; b_3 = +0,841.$$

Ersetzen der Funktion $f(s/d_s)$ in Gl. (6.55) durch die Approximationsfunktion $F(s/d_s)$ liefert

$$\delta = \frac{1}{M_{2,\rho,h}} \int_{d_h=s}^{d_{hmax}} \int_{d_s=s}^{d_h} \left\{ b_0 \cdot \frac{d_s}{\sqrt{d_h^2 - d_s^2}} + b_1 \cdot \frac{s}{\sqrt{d_h^2 - d_s^2}} + b_2 \cdot \frac{s^2}{d_s \sqrt{d_h^2 - d_s^2}} + b_3 \cdot \frac{s^3}{d_s^2 \sqrt{d_h^2 - d_s^2}} \right\} d(d_s) d(d_h) \quad (6.58)$$

Partielle Integration über d_s liefert

$$\delta = \frac{s^2}{M_{2,\rho,h}} \int_{d_h=s}^{d_{hmax}} \left\{ b_0 \left(\frac{d_h}{s}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{s}{d_h}\right)^2} + b_1 \left(\frac{d_h}{s}\right) \arccos\left(\frac{s}{d_h}\right) + b_2 \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{s}{d_h}\right)^2}}{\frac{s}{d_h}} \right) + b_3 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{s}{d_h}\right)^2} \right\} n_0(d_h) d d_h \quad (6.59)$$

Eine Integration von Gl. (6.59) ohne Kenntnis der Verteilungsfunktion $n_0(D_h)$ ist unmöglich. Wenn man aber die Funktion

$$f\left(\frac{s}{D_h}\right) = b_0 \left(\frac{s}{D_h}\right)^{-2} \sqrt{1 - \left(\frac{s}{D_h}\right)^2} + b_1 \left(\frac{s}{D_h}\right)^{-1} \arccos\left(\frac{s}{D_h}\right) + b_2 \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{s}{D_h}\right)^2}}{\frac{s}{D_h}} \right) + b_3 \sqrt{1 - \left(\frac{s}{D_h}\right)^2} \quad (6.60)$$

durch ein Polynom approximiert, wird aus dem Integral der Gl. (6.59) eine Summe unvollständiger Momente der Verteilung $n_0(D_h)$.

Ziel der Rechnung muß sein, experimentell nachprüfbare Zusammenhänge zu liefern. Mit hinreichender Genauigkeit lassen sich nur Momente nullter, erster und zweiter Ordnung messen. Es folgt deshalb als zweckmäßiger Ansatz für das Approximationspolynom

$$F\left(\frac{s}{D_h}\right) = a_0 + a_1 \left(\frac{s}{D_h}\right)^{-1} + a_2 \left(\frac{s}{D_h}\right)^{-2} \quad (6.61)$$

Mit passend gewählten Stützstellen

$$s/D_h = 0,1; 0,8; 1$$

folgt für die Koeffizienten

$$a_0 = + 1,061; a_1 = - 2,094; a_2 = + 1,033 .$$

Ersetzen der Funktion $f(s/D_h)$ in Gl. (6.59) durch das Approximationspolynom $F(s/D_h)$ liefert

$$\phi = \frac{s^2}{M_{2,0,h}} \int_{D_h=s}^{D_{hmax}} \left\{ a_0 + a_1 \left(\frac{D_h}{s}\right) + a_2 \left(\frac{D_h}{s}\right)^2 \right\} n_0(D_h) dD_h \quad (6.62)$$

Analog zu den Definitionen der vollständigen Momente, Gl. (6.5) und (6.46), werden die unvollständigen Momente der $q_0(D_v)$ - bzw.

$n_o(D_h)$ - Verteilung definiert durch

$$M_{n,0,v}(D_{v1}, D_{v2}) = \int_{D_{v1}}^{D_{v2}} D_v^n q_o(D_v) dD_v \quad (6.63)$$

$$M_{n,0,h}(D_{h1}, D_{h2}) = \int_{D_{h1}}^{D_{h2}} D_h^n n_o(D_h) dD_h \quad (6.64)$$

Damit folgt aus Gl. (6.62)

$$\delta = \frac{s^2}{M_{2,0,h}} \left\{ q_o M_{0,0,h}(s, D_{hmax}) + \frac{q_1}{s} M_{1,0,h}(s, D_{hmax}) + \frac{q_2}{s^2} M_{2,0,h}(s, D_{hmax}) \right\} \quad (6.65)$$

bzw. nach Umrechnung auf die Momente der $q_o(D_v)$ - Verteilung

$$\delta = \frac{(\varphi s)^2}{M_{2,0,v}} \left\{ q_o M_{0,0,v}(\varphi s, D_{vmax}) + \frac{q_1}{\varphi s} M_{1,0,v}(\varphi s, D_{vmax}) + \frac{q_2}{(\varphi s)^2} M_{2,0,v}(\varphi s, D_{vmax}) \right\} \quad (6.66)$$

Die Beziehungen (6.65) und (6.66) zeigen, daß die Abschwächung δ der Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{xy}(\tau)$ im Vergleich zur Autokorrelationsfunktion $\varphi_{xx}(\tau)$ in komplizierter Weise vom Geberabstand s und der Verteilung der Blasengrößen abhängt.

Die Verteilung $Q_o(D_v)$ der Vertikaldurchmesser D_v kann nach dem in Kap. 6.2 angegebenen Verfahren gemessen werden. Damit lassen sich bei vorgegebenem Geberabstand s für verschiedene, willkürlich angenommene Werte φ' des Formfaktors die in Gl. (6.66) enthaltenen unvollständigen Momente und daraus theoretische Abschwächungswerte $\delta_{th}(\varphi')$ berechnen. Ein Vergleich der Werte $\delta_{th}(\varphi')$ mit dem gemessenen Abschwächungswert δ_{exp} liefert dann den für die Blasengrößenverteilung am Ort der Messung charakteristischen Formfaktor φ für

$$\delta_{th}(\varphi' = \varphi) = \delta_{exp}$$

7. Experimentelle Ergebnisse: Lokale Blasengrößenverteilungen und Blasenformen

Die durchgeführten Untersuchungen beschränken sich auf den von der Wandwirkung unbeeinflussten Bettquerschnitt. In der Wandzone, die durch eine verstärkte Blasenentwicklung gekennzeichnet ist, herrscht keine zufällige Anordnung der Blasen relativ zu einem dort angeordneten Meßwertgeber mehr, so daß die in Kap. 6 entwickelten Verfahren zur Messung der lokalen Blasengrößenverteilung und der Blasenform in diesem Bereich der Wirbelschicht nicht angewandt werden dürfen.

7.1 Messung lokaler Blasengrößenverteilungen

7.11 Mathematische Beschreibung gemessener Blasengrößenverteilungen

Für die Rechnung mit einer gemessenen Blasengrößenverteilung - etwa zur Modellierung eines Fließbettreaktors - ist es vorteilhaft, wenn für die Verteilung ein bestimmter Verteilungstyp angegeben werden kann.

Die Auftragung in verschiedenen Verteilungsnetzen liefert als Ergebnis, daß sich gemessene Blasengrößenverteilungen recht gut im logarithmischen Wahrscheinlichkeitsnetz durch Geraden approximieren lassen. Abb. 7.1 zeigt für das Meßbeispiel aus Kap. 6.24 die Auftragung von $Q_0(D_v)$ im linearen Netz und im logarithmischen Wahrscheinlichkeitsnetz. In Abb. 7.2 sind dieselben Auftragungen für die Messung an einem anderen Wirbelschichtsystem (Versuchsgut Glaskugeln, $D_B = 100$ cm) dargestellt (in beiden Fällen zeigt sich in der Nähe der oberen Grenze der Verteilung eine mit wachsender Blasengröße stärker werdende Abweichung von der Approximationsgeraden, die darauf zurückzuführen ist, daß die reale Blasengrößenverteilung eine endliche maximale Blasengröße besitzt, während die Approximation durch eine logarithmische Normalverteilung von der Existenz von Blasen im Größenbereich $0 < D_v < \infty$ ausgeht).

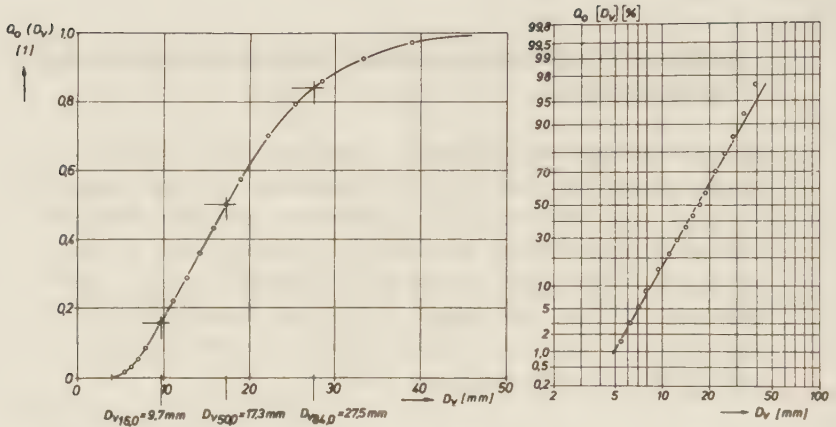


Abb. 7.1 (Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu m$, $u_{mf} = 1.8 \text{ cm/s}$, $u_o/u_{mf} = 5$, $D_B = 20 \text{ cm}$, $h = 8 \text{ cm}$, $r = 0$)

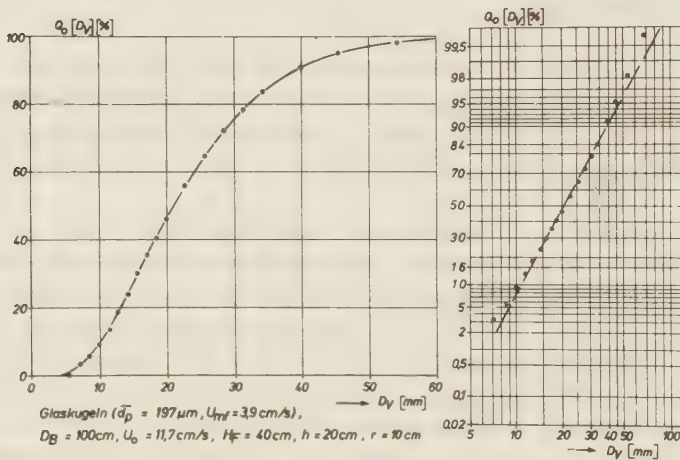


Abb. 7.2

Die Approximation durch eine Gerade im logarithmischen Wahrscheinlichkeitsnetz bedeutet, daß die gemessene Funktion $Q_0(D_v)$ durch eine Verteilungsfunktion der Form

$$H(t_v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_v} e^{-\frac{t'^2}{2}} dt' \quad (7.1)$$

mit

$$t' = \frac{\ln D_v - \ln D_{v50,0}}{\sigma} \quad (7.2)$$

angenähert werden kann.

Die logarithmische Normalverteilung ist eine zweiparametrische Verteilung, d.h. sie wird gekennzeichnet durch einen Lageparameter und einen Streuungsparameter. Damit folgt: gemessene Blasengrößenverteilungen $Q_o(D_v)$ können durch Angabe zweier Größen, des Medianwertes $D_{v50,0}$ und des Streuungsmaßes σ ,

$$\sigma = \ln \left(\frac{D_{v84,0}}{D_{v50,0}} \right) \quad (7.3)$$

eindeutig beschrieben werden.

Argyriou, List und Shinnar [13] erhalten aus ihren Messungen des Eruptionsdurchmessers Summenverteilungen der Blasenvolumina, die von ihnen durch Γ -Verteilungen approximiert werden. Der Grund für diese Form der Verteilungen dürfte aber, wie eine überschlägige Nachrechnung ihrer Ergebnisse zeigt, darin liegen, daß kleine Blasen mit dieser Meßmethode entweder gar nicht registriert oder nur sehr ungenau gemessen werden können. Dagegen können mit dem hier entwickelten Meßverfahren auch die kleinsten vorkommenden Blasen recht genau gemessen werden, so daß die Blasengrößenverteilung $Q_o(D_v)$ auch im Bereich kleiner Blasengrößen von wenigen Millimetern zuverlässig ist.

7.12 Untersuchung verschiedener Einflüsse auf die lokale Blasengrößenverteilung

7.1.21 Messung der Blasengrößenverteilung an verschiedenen Orten im Innern eines Fließbettes

Untersucht wurden zwei verschiedene Wirbelschichtsysteme, deren Charakteristika zusammen mit den Kenngrößen der gemessenen Blasengrößenverteilungen $Q_o(D_v)$ in der Tabelle der Abb. 7.3 aufge-

führt sind (die Größen $D_{v50,0}$ und $D_{v84,0}$ sind jeweils arithmetische Mittelwerte aus 6 Einzelmessungen).

Versuchsgut	u_0/u_{mf} [1]	n_B [cm]	n_p [cm]	h [cm]	x [cm]	$D_{v50,0}$ [mm]	$D_{v84,0}$ [mm]	σ [1]
Quarzsand				8	37,5	7,9	14,5	0,59
($\bar{d}_p = 83 \mu m$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$)	5	100	50	8	10	8,1	14,8	0,60
				30	10	21,6	39,5	0,60
Glaskegeln				8	10	8,8	15,0	0,53
($\bar{d}_p = 197 \mu m$, $u_{mf} = 3,9 \text{ cm/s}$)	5	100	40	8	10	19,0	31,7	0,52
				20	10			0,52

Abb. 7.3

In den Abb. 7.4 und 7.5 sind jeweils 2 Einzelmessungen für die beiden untersuchten Versuchsgüter dargestellt

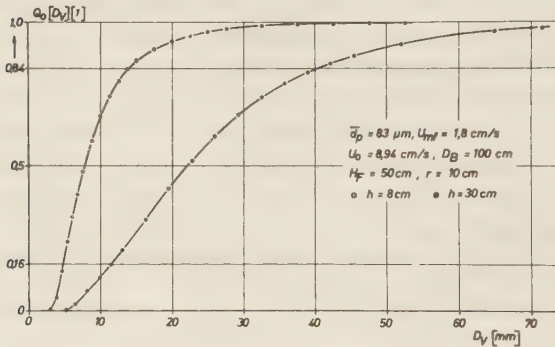


Abb. 7.4
(Quarzsand)

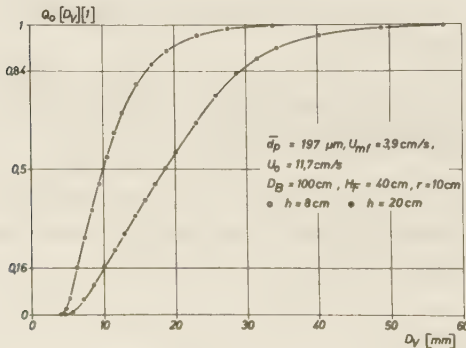


Abb. 7.5
(Glaskegeln)

Aus den Messungen folgt:

- 1.) Eine Abhängigkeit der Blasengrößenverteilung vom Abstand r des Meßortes von der Rohrachse existiert nicht, wenn man sich auf den von der Wandwirkung unbeeinflussten Querschnitt des Bettes beschränkt.
- 2.) Die Abhängigkeit der Blasengrößenverteilung von der Höhe h über dem Aufgabeboden ist beträchtlich: aufgrund von Koaleszenz und Gasaufnahme aus der umgebenden Suspension (vgl. Kap. 5) wächst der Medianwert $D_{v50,0}$ beim Versuchsgut Sand bei einer Höhendifferenz von 22 cm um bald das Dreifache! Wichtig ist, daß für ein vorgegebenes Wirbelschichtsystem, d.h. bei vorgegebenem Versuchsgut und Bettdurchmesser, für eine Einstellung der Fluidisationsgeschwindigkeit das Streuungsmaß σ unabhängig von der Höhe h des Meßortes über dem Aufgabeboden ist. $\sigma = \text{const.}$ bedeutet: die in verschiedenen Höhen h gemessenen Blasengrößenverteilungen sind ähnlich; ihre Summenkurven sind im logarithmischen Wahrscheinlichkeitsnetz parallele Geraden.

7.1.22 Einfluß der Fluidisationsgeschwindigkeit

Abb. 7.6 zeigt die Ergebnisse einer Untersuchung des Einflusses der Fluidisationsgeschwindigkeit auf die Blasengrößenverteilung. Gemessen wurde in 8 cm Höhe über dem Aufgabeboden an einem Sand-Fließbett von 20 cm Durchmesser. Ausgehend von der Einstellung $u_0 = 8,94 \text{ cm/s}$ bewirkte eine Erhöhung oder Absenkung der Fluidisationsgeschwindigkeit um jeweils 25 % eine Zunahme bzw. Abnahme des Medianwertes $D_{v50,0}$ in ungefähr demselben Verhältnis; das Streuungsmaß σ blieb dabei etwa konstant. Der Grund für das Anwachsen von $D_{v50,0}$ mit u_0 ist in der mit steigender Gasgeschwindigkeit anwachsenden Blasenanzahl pro Volumeneinheit des Fließbettes und der daraus resultierenden größeren Koaleszenzhäufigkeit zu suchen.

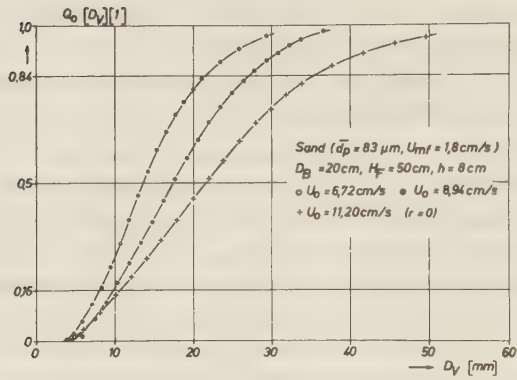


Abb. 7.6

7.1.23 Einfluß des Bettdurchmessers

Abb. 7.7 zeigt einen Vergleich der Blasengrößenverteilung in einem Fließbett von 20 cm Durchmesser und in einem von 100 cm Durchmesser. Das Versuchsgut war Quarzsand; gemessen wurde in 8 cm Höhe über dem Aufgabeboden.

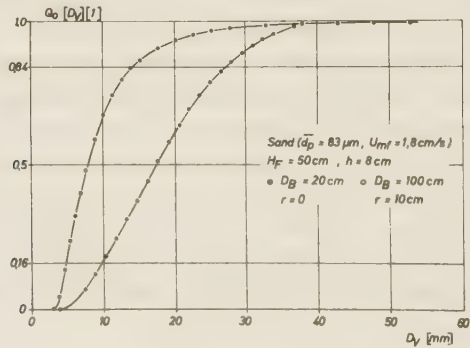


Abb. 7.7

Die Blasengrößenverteilungen unterscheiden sich beträchtlich voneinander: der Medianwert $D_{v50,0}$ im 1-m-Fließbett ist nur halb so groß wie im 20-cm-Fließbett. Eine qualitative Erklärung dafür findet man in der Abb. 7.8, in der die mittleren Steigzeiten T_h ,

$$T_h = \int_{\gamma=0}^h \frac{1}{\bar{v}_b(\gamma)} d\gamma \quad (7.4)$$

vom Aufgabeboden ($\gamma = 0$) bis in die Meßebene ($\gamma = h$) für verschiedene Bettdurchmesser D_B dargestellt sind.

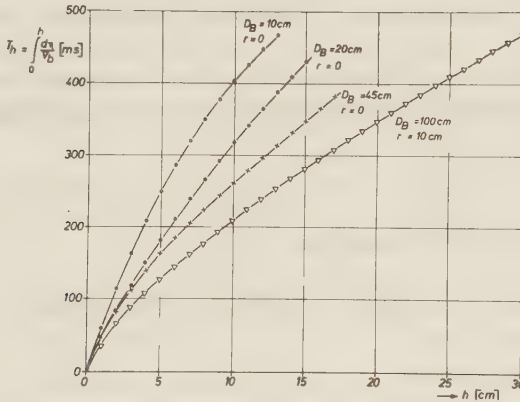


Abb. 7.8 (Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu m$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$, $u_o/u_{mf} = 5$)

Die Größe T_h ist ein Maß für die mittlere Verweilzeit des in der Meßebene festgestellten Blasengases in der Wirbelschicht, wenn man den Übergang von Gas aus der Suspensionsphase in die Blasenphase unberücksichtigt läßt. Aus Abb. 7.8 liest man ab, daß bei $h = 8 \text{ cm}$ die Verweilzeit des Blasengases im 1-m-Fließbett 180 ms, im 20-cm-Fließbett aber 270 ms, also das Eineinhalbfache, beträgt. Die damit im 20-cm-Fließbett wesentlich größere Verweildauer der Blasen bringt naturgemäß eine entsprechend

höhere Anzahl von Koaleszenzen mit sich, wodurch sich der höhere Medianwert der bei $h = 8$ cm gemessenen Blasengrößenverteilung erklärt.

Die Verschiedenartigkeit der Verweildauern T_h in Fließbetten unterschiedlicher Durchmesser läßt sich ihrerseits nach dem bisherigen Stand der Untersuchungen vor allem durch die Unterschiede in der Porosität der Suspensionsphase erklären: im 20-cm-Fließbett geht die Gasausscheidung aus der Suspensionsphase rascher vor sich als im 1-m-Fließbett (vgl. Kap. 5.5). In gleichen Höhen h ist deswegen die Suspension im 20-cm-Fließbett dichter als im 1-m-Fließbett, wodurch die Blasen langsamer aufsteigen bzw. ihre Verweildauer T_h entsprechend größer wird.

Die festgestellte Abhängigkeit der Blasengrößenverteilung vom Bettdurchmesser ist von Bedeutung für das "Scaling-Up" von Wirbelschichten, d.h. für die Übertragung von Erkenntnissen, die an kleinen Laborapparaturen gewonnen wurden, auf den Bau größerer Anlagen.

7.13 Zusammenfassung der Ergebnisse

Folgende Tatsachen wurden bei der Messung der Blasengrößenverteilungen festgestellt:

- 1.) Die Blasengrößenverteilungen sind durchweg sehr breit, z.B. existieren im Quarzsand-Fließbett von 100 cm Durchmesser in einer Höhe von 8 cm über dem Aufgabeboden Blasengrößen D_v zwischen 3 und 50 mm, bei $h = 30$ cm zwischen 5 und 80 mm.
- 2.) Die gemessenen Blasengrößenverteilungen lassen sich durch logarithmische Normalverteilungen approximieren. Die Verteilungen können damit allein durch Angabe des Medianwertes $D_{v50,0}$ und des Streuungsmaßes σ eindeutig beschrieben werden. Gemessene σ -Werte liegen zwischen 0,4 und 0,6.
- 3.) Eine Abhängigkeit der Blasengrößenverteilung vom Abstand r des Meßortes von der Rohrachse existiert in dem von der Wandwirkung unbeeinflussten Fließbettquerschnitt nicht.

- 4.) Für die Abhängigkeit der Blasengrößenverteilung von der Höhe h über dem Aufgabeboden gilt: die in verschiedenen Höhen h gemessenen Blasengrößenverteilungen sind ähnlich, d.h. sie unterscheiden sich nur in ihrem Medianwert, während das Streuungsmaß σ konstant bleibt.

7.2 Messung lokaler, mittlerer Blasenformen

Im Kap. 6.3 wurde für die Abschwächung δ der Kreuzkorrelationsfunktion abgeleitet

$$\delta = \frac{(\xi s)^2}{n_{2,0,v}} \left\{ a_0 n_{0,0,v}(\xi s, v_{vmax}) + \frac{a_1}{\xi s} n_{1,0,v}(\xi s, v_{vmax}) + \frac{a_2}{(\xi s)^2} n_{2,0,v}(\xi s, v_{vmax}) \right\} \quad (6.66)$$

Eine Umformung der Gl. (6.66) liefert

$$\delta = \frac{a_0 (\xi s)^2}{n_{2,0,v}} \left\{ 1 - n_{0,0,v}(v_{vmin}, \xi s) \right\} + \frac{a_1 \xi s}{n_{2,0,v}} \left\{ 1 - \frac{n_{1,0,v}(v_{vmin}, \xi s)}{n_{1,0,v}} \right\} + a_2 \left\{ 1 - \frac{n_{2,0,v}(v_{vmin}, \xi s)}{n_{2,0,v}} \right\} \quad (7.5)$$

Im vorangegangenen Abschnitt wurde festgestellt, daß sich gemessene Blasengrößenverteilungen durch logarithmische Normalverteilungen approximieren lassen. Für die Momente der logarithmischen Normalverteilung gilt (vgl. z.B. [44])

$$M_{n,0,v}(0, D_v') = D_{v50,0} \cdot e^{\frac{n^2 \sigma^2}{2}} \cdot H(t' - n\sigma) \quad (7.6)$$

$$\text{mit} \quad t' = \frac{\ln D_v' - \ln D_{v50,0}}{\sigma} \quad (7.7)$$

$$\text{und} \quad H(t' - n\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{(t' - n\sigma)} e^{-\frac{t_v^2}{2}} dt_v \quad (7.8)$$

Mit dieser Momentenbeziehung und

$$D_{vmin} = 0$$

folgt aus Gl. (7.5)

$$\delta = a_0 e^{-2\sigma^2} \left(\frac{qs}{D_{vs0,0}} \right)^2 [1 - H(t^*)] + a_1 e^{-1,5\sigma^2} \left(\frac{qs}{D_{vs0,0}} \right) [1 - H(t^* - \sigma)] + a_2 [1 - H(t^* - 2\sigma)] \quad (7.9)$$

mit

$$t^* = \frac{\ln(qs) - \ln D_{vs0,0}}{\sigma} \quad (7.10)$$

Die Messung des Formfaktors q erfolgt auf dem in Kap. 6.3 bereits angedeuteten Weg:

- 1.) Die Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{U_A U_B}(\tau)$ und die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{U_A U_A}(\tau)$ werden an einem Ort im Innern des Fließbettes gemessen. Mit Gl. (6.31) und Gl. (6.28) wird daraus die Abschwächung δ_{exp} berechnet.
- 2.) Mit den Kenngrößen der am selben Ort gemessenen Blasengrößenverteilung, $D_{vs0,0}$ und σ , und dem horizontalen Geberabstand s der für die Kreuzkorrelationsmessung verwendeten Meßwertgeber werden aus Gl. (7.9) für verschiedene, willkürlich angenommene Werte q' des Formfaktors Abschwächungswerte $\delta(q')$ berechnet.
- 3.) Die Auftragung der Funktion $\delta(q')/\delta_{exp}$ über q' liefert den gesuchten Formfaktor q für

$$\delta(q' - q) = \delta_{exp}$$

In der Abb. 7.9 ist die Auftragung $\delta(q')/\delta_{exp}$ über q' für 3 Messungen an verschiedenen Orten in einer Quarzsand-Wirbelschicht von 100 cm Durchmesser dargestellt.

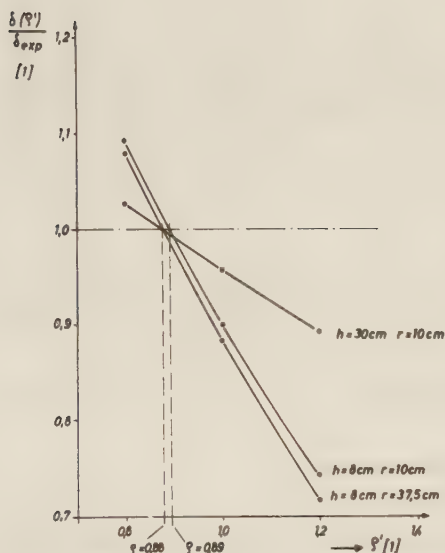


Abb. 7.9 (Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$, $u_o/u_{mf} = 5$, $D_B = 100 \text{ cm}$)

Für einige Messungen wurden die Abschwächungen $\delta(\varphi')$ ohne die Annahme der logarithmischen Normalverteilung direkt aus Gl. (7.5) berechnet. Es ergaben sich auf diesem Wege Werte des Formfaktors φ' , die von den mit Hilfe der Annahme der logarithmischen Normalverteilung berechneten Formfaktorwerten nur geringfügig abwichen, d.h. die Approximation der Blasengrößenverteilung durch eine logarithmische Normalverteilung ist für den vorliegenden Anwendungsfall hinreichend genau.

7.21 Untersuchung verschiedener Einflüsse auf die lokale, mittlere Blasenform

In der Tabelle der Abb. 7.10 sind die Meßergebnisse zusammengefaßt.

Versuchsgut	u_o/u_{mf} [1]	D_B [cm]	H_F [cm]	h [cm]	r [cm]	φ [1]
Quarzsand	5	100	50	8	37,5	0,88
$(\bar{d}_p = 83 \mu m,$				8	10	0,89
$u_{mf} = 1,8 \text{ cm / s})$				30	10	0,88
		20	50	8	0	0,85

Abb. 7.10

Aus den Messungen folgt:

- 1.) Es ist bei allen Messungen

$$\varphi < 1$$

d.h. der Vertikaldurchmesser der Blasen ist kleiner als ihr Horizontaldurchmesser

- 2.) Der Formfaktor φ ist unabhängig vom Abstand r des Meßortes von der Rohrachse
- 3.) Der Formfaktor φ ist unabhängig von der Höhe h über dem Aufgabeboden.
- 4.) Die Meßergebnisse lassen eine leichte Abhängigkeit des Formfaktors φ vom Durchmesser D_B der Wirbelschicht erkennen: bei größerem Schichtdurchmesser ergibt sich ein größerer Wert des Formfaktors.

7.22 Vergleich gemessener Blasenformen mit Messungen der Blasenform an isoliert aufsteigenden Einzelblasen

Eine rotationsellipsoidförmige Blase läßt sich auf folgende einfache Weise in eine der 'spherical cap'-Blase ähnliche Form überführen (vgl. Abb. 7.11):

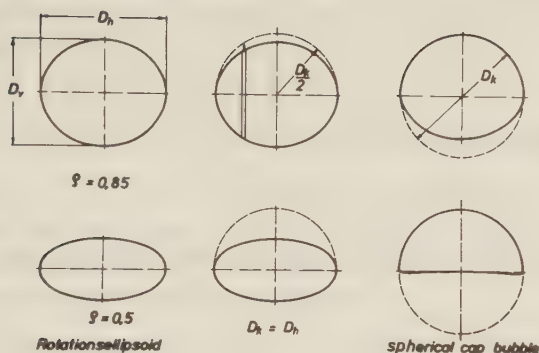


Abb. 7.11

Das Rotationsellipsoid wird in vertikale Volumenelemente unterteilt, deren Höhe der jeweiligen Durchstoßlänge entspricht. Sämtliche Volumenelemente werden dann in der Vertikalen verschoben, bis sie an einer oberen Begrenzung anliegen, die durch eine Kugel vom Durchmesser $D_k = D_h$ gebildet wird, deren Mittelpunkt im Mittelpunkt des Ellipsoids liegt. Es entsteht damit ein neuer Rotationskörper, der bis auf die genaue Ausbildung der Unterseite die Form einer 'spherical cap'-Blase hat. Durch die Verformung des Rotationsellipsoids hat sich das Volumen der Blase nicht geändert. Desgleichen bleibt die Verteilung der Durchstoßlängen ungeändert.

Von Rowe und Mitarbeitern stammen verschiedene Untersuchungen der Form von in dreidimensionalen Fließbetten isoliert aufsteigenden Einzelblasen. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Untersuchungen sind von Rowe in [22] zusammenfassend dargestellt worden. Eine von Rowe stammende Röntgenfotografie einer typischen 'spherical cap'-Blase ist bereits in der Abb. 6.1 gezeigt worden.

Rowe bezeichnet die Differenz zwischen dem Blasenvolumen V_b und dem Volumen V_k der zugehörigen Kugel als Volumen des Kielwassers ('wake'), V_w , und definiert damit einen Kielwasseran-

teil ('wake fraction') f_w

$$f_w = \frac{V_w}{V_k} \quad (7.11)$$

Für das Blasenvolumen V_b folgt damit

$$V_b = (1-f_w) \cdot \frac{\pi}{6} D_k^3 \quad (7.12)$$

Entsprechend gilt für das Volumen einer rotationsellipsoidförmigen Blase

$$V_b = \frac{\pi}{6} D_h^2 D_v \quad (7.13)$$

bzw. mit der Definition des Formfaktors φ nach Gl. (6.1)

$$V_b = \varphi \cdot \frac{\pi}{6} D_h^3 \quad (7.14)$$

Da von

$$D_h = D_k$$

ausgegangen wurde bei der Aufstellung des Modells und vereinbarungsgemäß die Volumina von Rotationsellipsoidblase und 'spherical cap'-Blase gleich sein sollen, folgt als Beziehung zwischen dem von Rowe eingeführten Kielwasseranteil f_w und dem Formfaktor φ

$$\varphi = 1 - f_w \quad (7.15)$$

Rowe gibt in [22] Meßwerte für f_w an:

für unregelmäßig geformten Sand einer mittleren Korngröße von $82 \mu\text{m}$ wurde gemessen

$$f_w = 0,14 \text{ } \pm \text{ } 0,21$$

$$\text{im Mittel: } f_w = 0,17$$

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Messungen an Quarzsand mit einer mittleren Korngröße von $83 \mu\text{m}$ lieferten

$$\text{für } D_B = 20 \text{ cm: } \varphi = 0,85 \hat{=} f_w = 0,15$$

$$\text{für } D_B = 100 \text{ cm: } \varphi = 0,88 \hat{=} f_w = 0,12$$

Bei den Messungen von Rowe befand sich die die Blase umgebende Suspensionsphase im Zustand der Minimalfluidisation, d.h. es galt

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{mf}$$

Für die hier untersuchten Wirbelschichten gilt dagegen

$$\varepsilon_s > \varepsilon_{mf} ,$$

und zwar ist aufgrund der schnelleren Gasausscheidung aus der Suspensionsphase ε_s im 20-cm-Bett kleiner als im 1-m-Bett in gleicher Höhe über dem Aufgabeboden.

Mit abnehmender Suspensionsporosität vom 1-m-Bett zum 20-cm-Bett ist, wie die Messungen zeigen, ein Anstieg des Kielwasseranteils f_w verbunden. Analog zu dieser Tendenz wird von Rowe eine Zunahme von f_w mit abnehmender Porosität ε_{mf} (in Abhängigkeit von den Eigenschaften des Versuchsgutes) festgestellt. Beide Tendenzen lassen sich im Sinne eines viskositätsähnlichen Einflusses der umgebenden Suspension auf die Blasenform deuten.

Damit folgt, weil gleichzeitig der von Rowe gemessene mittlere f_w -Wert etwas größer als der im 20-cm-Bett gemessene f_w -Wert ist, daß sich die vorgelegten Messungen der Blasenform gut in die bereits vorhandenen Kenntnisse von Blasenformen einfügen. Einmal mehr folgt daraus allerdings auch, daß

1. die Messungen an realen Wirbelschichten andere Zusammenhänge liefern als Systeme, die sich im Zustand der Minimalfluidisation befinden,

und

2. ein Einfluß des Bettdurchmessers auf die Hydrodynamik der Wirbelschicht existiert.

7.3 Anwendung der Ergebnisse von Kap. 7.1 und 7.2

Für die untersuchten Wirbelschichtsysteme ergibt sich:

- 1.) die lokalen Blasengrößenverteilungen lassen sich durch logarithmische Normalverteilungen approximieren
- 2.) die Blasengrößenverteilung ist unabhängig vom Abstand r des Meßortes der Rohrachse
- 3.) die in verschiedenen Höhen h über dem Aufgabeboden gemessenen Blasengrößenverteilungen sind untereinander ähnlich
- 4.) der Formfaktor φ ist unabhängig von r und - zumindest näherungsweise - auch von h .

Damit folgt:

Eine Wirbelschicht vom Durchmesser D_B , in der ein bestimmtes Versuchsgut mit einer bestimmten Gasgeschwindigkeit u_0 fluidisiert wird, wird gekennzeichnet durch ein einheitliches Streuungsmaß σ für die lokalen Blasengrößenverteilungen und einen einheitlichen Formfaktor φ . Die an einem beliebigen Ort (außerhalb der Wandzone) existierende Blasengrößenverteilung wird dann durch Angabe eines einzigen Parameters, des Medianwertes $D_{v50,0}$, bestimmt.

Zur Bestimmung des Medianwertes bedarf es, wenn aus einer Messung der Blasengrößenverteilung an einem anderen Ort bereits σ bekannt ist, nicht unbedingt der Messung einer vollständigen Blasengrößenverteilung. Vielmehr gibt es einen einfacheren Weg: Im Kap. 6.21 wurde bei der Statistik der Durchstoßlängen für die mittlere Durchstoßlänge abgeleitet

$$E[1] = \frac{2}{3} M_{1,2,v} \quad (6.18)$$

d.h. es gilt

$$M_{1,2,v} = \frac{3}{2} E[1] \quad (7.16)$$

Dasselbe Moment läßt sich auch aus den Kenngrößen der Verteilung $Q_0(D_v)$ berechnen, wenn man eine logarithmische Normalverteilung zugrunde legt. Aus (6.16) folgt

$$M_{1,2,v} = \frac{M_{1,0,v}}{M_{2,0,v}} \quad (7.17)$$

Mit (7.6) folgt daraus

$$M_{1,2,v} = D_{v50,0} \cdot e^{2,5 \sigma^2} \quad (7.18)$$

Nach Gl. (7.16) und Gl. (7.18) berechnete Momente $M_{1,2,v}$ stimmen allerdings nur selten völlig überein. Vielmehr ist im allgemeinen das Verhältnis

$$\lambda = \frac{D_{v50,0} \cdot e^{2,5 \sigma^2}}{1,5 \cdot E[l]} \quad (7.19)$$

verschieden von Eins. Gemessen wird $\lambda = 1,0 \text{ } ./\text{ } 1,5$. Der Grund dafür ist in der Approximation der Blasengrößenverteilung durch die logarithmische Normalverteilung zu suchen: die gemessene Verteilung $Q_0(D_v)$ besitzt eine endliche obere Grenze D_{vmax} , während die logarithmische Normalverteilung bis ins Unendliche reicht, was sich naturgemäß bei der Berechnung höherer Momente stark bemerkbar macht.

Die Größe λ hängt, wie die durchgeführten Rechnungen zeigen, vor allem von der Breite der Blasengrößenverteilung, d.h. von dem Streuungsmaß σ , ab. Für ein vorgegebenes Wirbelschichtsystem kann λ wie σ als konstant angesetzt werden.

Damit folgt:

Wenn man sich ein vollständiges Bild von der Entwicklung der Blasengrößenverteilung in einem Fließbett verschaffen will, genügt es, wenn die - verhältnismäßig aufwendigen - Messungen der lokalen Blasengrößenverteilung $Q_0(D_v)$ und des Formfaktors φ nur an einem Ort durchgeführt werden. Wenn man an demselben Ort noch eine Messung der mittleren Durchstoßlänge durchführt, lassen

sich aus diesen Messungen die charakteristischen Größen

$$\varphi, \sigma, \lambda$$

berechnen.

Die Medianwerte der Blasengrößenverteilungen an allen anderen Orten des Fließbettes lassen sich dann durch einfache Messungen der mittleren Durchstoßlänge an diesen Orten bestimmen, denn aus Gl. (7.19) folgt

$$D_{v50,0} = 1,5 \cdot \lambda \cdot e^{-2,5\sigma^2} \cdot E[1] \quad (7.20)$$

In den beiden folgenden Abschnitten wird die Leistungsfähigkeit dieser Methode zur Untersuchung der Blasenentwicklung in einer dreidimensionalen Wirbelschicht an einigen Beispielen demonstriert.

7.31 Einfluß des horizontalen Geberabstandes s auf die Abschwächung δ der Kreuzkorrelationsfunktion

Untersucht wurde das 20-cm-Fließbett, das mit einer 50 cm hohen Schüttung von Quarzsand gefüllt war, bei $u_0 = 5 u_{mf}$.

Vorversuche bei der Entwicklung des in Kap. 6.3 beschriebenen Verfahrens zur Bestimmung der Blasenform mit verschiedenen Doppelmeßwertgebern, die unterschiedliche horizontale Geberabstände s besaßen, lieferten in den Höhen $h = 5,8$ und 15 cm unterschiedliche Werte δ_{exp} für die Abschwächung der Kreuzkorrelationsfunktion, die in der folgenden Abb. 7.12 als Meßpunkte eingetragen sind. Gleichzeitig wurde für jede Höhe h die mittlere Durchstoßlänge $E[1]$ gemessen.

Die später bei $h = 8$ cm unter denselben Versuchsbedingungen durchgeführten Messungen von Blasengrößenverteilung und Formfaktor lieferten neben $D_{v50,0}$

$$\sigma = 0,45 ; \varphi = 0,85 ; \lambda = 1,30$$

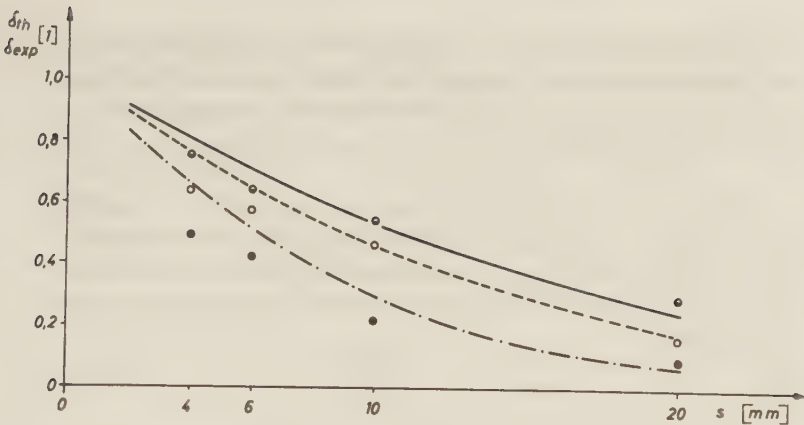


Abb. 7.12 (Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu m$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$, $u_o/u_{mf} = 5$,
 $D_B = 20 \text{ cm}$, $r = 0$, $\bullet$ -h = 5 cm, $-\circ-$ -h = 8 cm, $\bullet$ -h = 15 cm)

Aus Gl. (7.20) lassen sich damit die Medianwerte $D_{v50,0}$ für die Höhen $h = 5$ und $h = 15 \text{ cm}$ berechnen.

Für jede Höhe wurde dann aus Gl. (7.9) die theoretisch zu erwartende Abschwächung δ_{th} in Abhängigkeit von s berechnet und als Kurve in der Abb. 7.12 aufgetragen.

Der Vergleich der gemessenen Abschwächungswerte δ_{exp} mit den aufgrund der Theorie berechneten Abschwächungswerten δ_{th} zeigt, daß die Theorie die Abnahme von δ mit zunehmendem Geberabstand s recht gut beschreibt (beim Vergleich einzelner Meßwerte δ_{exp} mit den zugehörigen Werten δ_{th} sollte man allerdings berücksichtigen, daß es sich bei den Messungen von δ um reine Vorversuche handelt, die nur der Orientierung dienten, bei denen also keine allzu hohen Ansprüche an die Genauigkeit gestellt wurden).

7.32 Entwicklung der Blasengrößenverteilung mit zunehmender Höhe h über dem Aufgabeboden

Nach dem in Kap. 7.22 durchgeführten Vergleich zwischen der Rotationsellipsoidblase und der 'spherical cap'-Blase erscheint

der Horizontaldurchmesser D_h als ein anschaulicheres Maß für die Blasengröße als der Vertikaldurchmesser D_v , weil der horizontale Halbmesser $D_h/2$ gleich dem Radius der äquivalenten 'spherical cap'-Blase ist.

In der Abb. 7.13 ist die Entwicklung der lokalen Verteilung der Blasengrößen D_h , dargestellt durch ihre ausgezeichneten Werte $D_{h16,0}$, $D_{h50,0}$ und $D_{h84,0}$, mit zunehmender Höhe h über dem Aufgabeboden für die Quarzsand-Wirbelschicht von 20 cm Durchmesser aufgetragen.

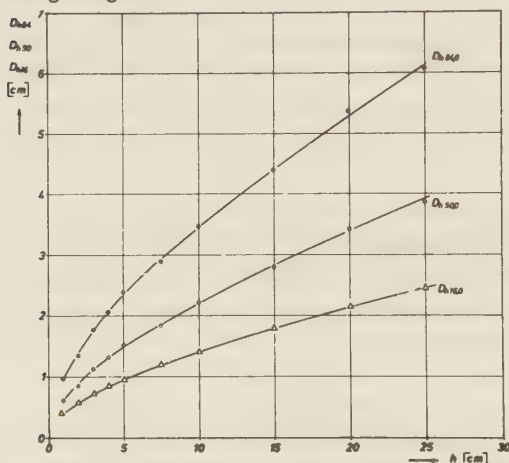


Abb. 7.13

(Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$,
 $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$,
 $u_o/u_{mf} = 5$, $D_B = 20 \text{ cm}$,
 $\tau = 0$)

Aus den in verschiedenen Höhen h gemessenen mittleren Durchstoßlängen $E[1]$ wurden zunächst nach (7.20) die Medianwerte der zugehörigen Verteilungen $Q_o(D_v)$ und damit die Charakteristika der Verteilungen $N_o(D_h)$ berechnet:

$$D_{h50,0} = \frac{D_{v50,0}}{\varphi} \quad (7.21)$$

$$D_{h16,0} = D_{h50,0} \cdot e^{-\sigma} \quad (7.22)$$

$$D_{h84,0} = D_{h50,0} \cdot e^{\sigma} \quad (7.23)$$

Das Bild vermittelt ebenso wie die folgende Abb. 7.14 für die Quarzsand-Wirbelschicht von 100 cm Durchmesser ein sehr anschauliches Bild von der Entwicklung der lokalen Blasengrößenvertei-

lung mit zunehmender Höhe h in einem realen Blasenfließbett. Einmal mehr zeigt sich hier, wie willkürlich die Beschreibung der Blasenphase eines Fließbettes durch eine einzige, für das ganze Bett konstante Blasengröße ist.

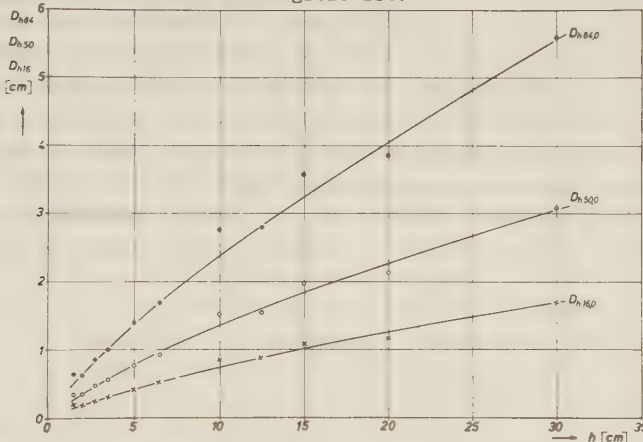


Abb. 7.14 (Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$, $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$, $u_o/u_{mf} = 5$, $D_B = 100 \text{ cm}$, $r = 10 \text{ cm}$)

Eine wichtige Größe bei der Modellierung von Wirbelschichtreaktoren ist die im Mittel von einer Blase transportierte Gasmenge.

Für das Volumen einer einzelnen Blase folgt aus (7.13)

$$V_b = \frac{1}{\varrho^2} \frac{\pi}{6} D_v^3 \quad (7.24)$$

Entsprechend folgt als Mittel über das lokale Blasenkollektiv

$$\bar{V}_b = \frac{1}{\varrho^2} \frac{\pi}{6} M_{3,0,v} \quad (7.25)$$

Unter Zugrundelegung einer logarithmischen Normalverteilung der Blasengrößen gilt mit (7.6)

$$\bar{V}_b = \frac{1}{\varrho^2} \frac{\pi}{6} D_{v50,0}^3 \cdot e^{4,5\sigma^2} \quad (7.26)$$

Mit (7.20) folgt daraus

$$\bar{V}_b = 1,5^3 \frac{\pi}{6} \frac{1}{\varrho^2} \lambda^3 e^{-3\sigma^2} (E[1])^3 \quad (7.27)$$

In Abb. 7.15 ist die Entwicklung des mittleren Blasenvolumens $\bar{V}_b$ mit zunehmender Höhe h über dem Aufgabeboden unter gleichen Versuchsbedingungen in Wirbelschichten unterschiedlicher Durchmesser dargestellt. Auch hier beobachtet man wieder, daß die Blasenentwicklung vom Durchmesser der Wirbelschicht abhängt: im 20-cm-Fließbett ist aufgrund der rascheren Gasausscheidung aus der Suspensionsphase bei gegebener Höhe h die Suspension dichter als im 1-m-Fließbett, wodurch die Blasen langsamer steigen bzw. ihre Verweildauer T_h größer wird. Durch die aus diesem Grunde höhere Koaleszenzhäufigkeit erklärt sich das wesentlich raschere Anwachsen des mittleren Blasenvolumens bei kleinerem Bettdurchmesser.

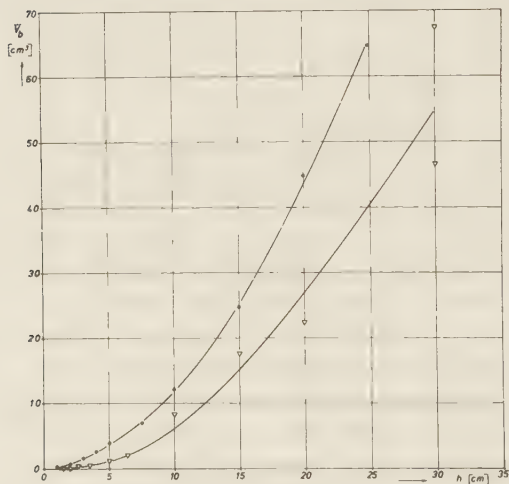


Abb. 7.15

(Quarzsand, $\bar{d}_p = 83 \mu\text{m}$,
 $u_{mf} = 1,8 \text{ cm/s}$,
 $u_o/u_{mf} = 5$; $D_B = 20 \text{ cm}$,
 $r = 0$; $\nabla D_B = 100 \text{ cm}$,
 $r = 10 \text{ cm}$)

8. Zusammenfassung

Ausgehend von der Erkenntnis, daß die Grundlage einer quantitativen Beherrschung der Fluidisation als verfahrenstechnischer Grundoperation die genaue Kenntnis der Hydrodynamik ist und daß eine quantitative Beschreibung der Hydrodynamik ausgehend von integralen Messungen z.B. der Bettexpansion oder des Bettdruckverlustes nicht möglich ist, werden in der vorliegenden Arbeit Meßverfahren und Auswertemethoden entwickelt, mit deren Hilfe die lokalen hydrodynamischen Verhältnisse an beliebigen Orten im Innern von Blasenfließbetten beliebiger Größe untersucht werden können.

Im einzelnen wird zunächst ein strömungsgünstig geformter kapazitiver Meßwertgeber mit minimaler Störwirkung auf den Fluidisationszustand in seiner Umgebung entwickelt. Anschließend werden Methoden zur Messung der lokalen mittleren Blasenauftiegs- geschwindigkeit, der lokalen mittleren Blasendurchstoßlänge, des lokalen Blasenvolumenanteils, des lokalen Blasen gasstromes und der lokalen Blasen größenverteilung abgeleitet.

Als Beweis für die Brauchbarkeit der entwickelten Meßverfahren vorgelegte Meßergebnisse vermitteln neue Einsichten in die Hydrodynamik realer Blasenfließbetten, indem festgestellt wird:

- 1.) Die in vielen theoretischen Wirbelschichtmodellen gemachte Annahme einer für die ganze Wirbelschicht konstanten Blasengröße ist problematisch. Tatsächlich existiert an jedem Ort im Innern eines Blasenfließbettes eine breite Verteilung von Blasengrößen. Vornehmlich aufgrund der Koaleszenz wachsen Blasen mit zunehmender Höhe h über dem Aufgabeboden sehr rasch an.
- 2.) Es existiert ein charakteristisches Strömungsprofil für die Blasenentwicklung über dem Bettquerschnitt in Gestalt einer wandnahen Ringzone verstärkter Blasenentwicklung, die sich mit zunehmender Höhe über dem Aufgabeboden zur Rohrmitte hin verschiebt. Das Zusammenwachsen der Ringzone in der Rohrmitte

markiert den Beginn des Überganges der Wirbelschicht in den Zustand des Stoßens.

Es wird gezeigt, daß dasselbe Strömungsprofil der Blasenentwicklung, das hier aus Messungen an Laborwirbelschichten abgeleitet wird, auch in industriellen Wirbelschichten festgestellt werden kann.

Die Existenz des Strömungsprofils der Blasenentwicklung hat Konsequenzen für die Feststoff- und Gasvermischung in einer Wirbelschicht.

- 3.) Die "klassische" Zweiphasentheorie der Fluidisation von Toomey und Johnstone gilt für reale Blasenfließbetten im allgemeinen nicht. Sie gilt lediglich im Falle der stoßenden Wirbelschicht. Die Abweichung von der Zweiphasentheorie ist in Bodennähe am größten.
- 4.) Die hydrodynamischen Verhältnisse, insbesondere das Strömungsprofil der Blasenentwicklung, die Verteilung des Fluidisiergases auf Suspensions- und Blasenphase sowie die lokale Blasengrößenverteilung, hängen in starkem Maße vom Durchmesser der Wirbelschicht ab, - zumindest bei den üblicherweise für Laborversuche verwendeten, relativ kleinen Rohrdurchmessern.

Die vorliegende Arbeit, in der im wesentlichen Meßverfahren entwickelt werden (deren Nutzen durch die Meßergebnisse bewiesen wird), ist als Teil einer längerfristig angelegten Untersuchung der Hydrodynamik der Gas/Feststoff-Wirbelschicht zu sehen, die die dringend benötigte Verbindung herstellen soll zwischen den Untersuchungen vornehmlich der englischen Schule von Rowe, Davidson und Harrison an einzelnen, injizierten Blasen in Wirbelschichten, die sich im Zustand der Minimalfluidisation befinden, und zwischen den in großer Zahl von vielen Autoren an realen Blasenfließbetten durchgeführten integralen Messungen des Wärmeaustausches, der Gasvermischung oder des Umsatzes bei chemischen Reaktionen.

9. Verzeichnis der Formelzeichen

a	Anstiegszeit eines Blasenimpulses
a'	Anstiegszeit eines abgeschnittenen Blasenimpulses
$d_a/2$	Abstand der Durchstoßgeraden von der Drehachse des getroffenen Rotationsellipsoids
D_B	Durchmesser der Wirbelschicht
D_h	Horizontaldurchmesser einer rotationsellipsoid- förmigen Blase
$D_{hmin}, D_{hmax},$	charakteristische Werte der Anzahlverteilung der
$D_{h16,0}, D_{h50,0},$	Horizontaldurchmesser D_h
$D_{h84,0}$	
D_k	Durchmesser einer 'Spherical cap'-Blase
d_p	Feststoffteilchengröße
$d_{p16}, d_{p84},$	charakteristische Werte der Korngrößenverteilung
$d_{p50} = \bar{d}_p$	des Feststoffs
d_R	Durchmesser des Geberrohres
d_s	Durchmesser des Schnittkreises der Blase mit der Meßebene zum Zeitpunkt t
D_v	Vertikaldurchmesser einer rotationsellipsoid- förmigen Blase
$D_{vmin}, D_{vmax},$	charakteristische Werte der Anzahlverteilung der
$D_{v16,0}, D_{v50,0},$	Vertikaldurchmesser D_v
$D_{v84,0}$	
E	Abkürzung für ein im jeweiligen Zusammenhang näher spezifiziertes Zufallseignis
E_p	Einschaltzeitpunkt für einen Blasenimpuls
$E[\]$	Erwartungswert
f	Schwingkreisfrequenz
f_w	Kielwasseranteil, definiert durch Gl. (7.11)
g	Erdbeschleunigung
$g(1)$	Anzahldichteverteilung der Durchstoßlängen
h	Höhe des Meßortes über dem Aufgabeboden
H	Höhe des Fließbettes
H_F	Höhe des Festbettes

$h(y), H(y)$	Dichte- bzw. Summenverteilung der Amplituden des Störanteils des invertierten Gebersignals
$h(U''')$	Dichteverteilung der Amplituden des Signals $U''(t)$
$H(t_v)$	Summenkurve der durch Gl. (7.1) und (7.2) definierten logarithmischen Normalverteilung
h_s	Abstand des Mittelpunktes der getroffenen Blase von der Meßebene zur Zeit t
k	Zahl der Blasen, die den Meßwertgeber im zeitlichen Mittel pro Zeiteinheit treffen
k'	Konstante in der modifizierten Grundgleichung (5.7) der Zweiphasentheorie
l	Durchstoßlänge
l_G	Länge der Gebernadel
$M_{n,r,v}$	n -tes Moment der $q_r(D_v)$ -Verteilung
$M_{n,r,v}^{(D_{v1}, D_{v2})}$	zugehöriges unvollständiges Moment in den Grenzen D_{v1} und D_{v2}
$M_{n,O,h}$	n -tes Moment der $n_O(D_h)$ -Verteilung
$M_{n,O,h}^{(D_{h1}, D_{h2})}$	zugehöriges unvollständiges Moment in den Grenzen D_{h1} und D_{h2}
$M_{n,O,l}$	n -tes Moment der $g(l)$ -Verteilung
$n_O^{(D_h)}, N_O^{(D_h)}$	Anzahldichte- bzw. -summenverteilung der Horizontaldurchmesser D_h
P	Eintrittswahrscheinlichkeit für ein im jeweiligen Zusammenhang näher bezeichnetes Zufallsergebnis
Δp_A	Druckverlust des Aufgabebodens
Δp_B	Druckverlust des Fließbettes
$q(z), Q(z)$	Anzahldichte- bzw. -summenverteilung der Blasenimpulshöhen z
$q_O(D_v), Q_O(D_v)$	Anzahldichte- bzw. -summenverteilung der Vertikaldurchmesser D_v
$q_2(D_v), Q_2(D_v)$	Flächenanteildichte- bzw. -summenverteilung der Vertikaldurchmesser D_v
r	Abstand des Meßortes von der Achse des Fließbettzylinders
r_s	Krümmungsradius im Staupunkt einer 'Slug'-Blase
s	Abstand zweier Meßwertgeber

t	Zeit
T	Meßdauer
t_a	Impulsabstand, Steigzeit einer Blase zwischen 2 Meßwertgebern, $t_{au} \leq t_a \leq t_{ao}$
$t_a^*, t_{a \text{ med}}$	häufigster Wert und Medianwert der Impulsabstandsverteilung
t_b	Blasenimpulsdauer, $t_{bu} \leq t_b \leq t_{bo}$
T_b	mittlere Dauer eines Blasenimpulses
t_b'	Impulsdauer des abgeschnittenen Blasenimpulses
T_b'	mittlere Dauer eines abgeschnittenen Blasenimpulses
t_e	Einschaltzeitpunkt für einen Blasenimpuls
t_g	Toröffnungsdauer
T_g	mittlere Toröffnungsdauer
T_h	mittlere Aufenthaltszeit der in der Höhe h über dem Aufgabeboden registrierten Blasen in der Wirbelschicht
t_u	Dauer eines Rechteckimpulses im Signal $U'''(t)$ (Abb.6.5)
t_v	unabhängige Variable der logarithmischen Normalverteilung
t_z	Abstand zwischen zwei Blasenimpulsen (Abb. 4.1)
u_o, u_{oh}	Fluidisationsgeschwindigkeit, bezogen auf Leerrohrquerschnitt, in der Höhe H bzw. in der Höhe h
u_{mf}, u_{mfh}	Minimalfluidisationsgeschwindigkeit, bezogen auf Leerrohrquerschnitt, in der Höhe H bzw. in der Höhe h
u_{sh}	Gasgeschwindigkeit in der Suspensionsphase, bezogen auf Leerrohrquerschnitt, in der Höhe h
$U(t)$	Ausgangssignal des Reaktanzwandlers
$U'(t)$	Ausgangssignal der Diskriminatorschaltung
$U''(t)$	Ausgangssignal der Diskriminatorschaltung (Rechteckimpuls)
$U'''(t)$	Ausgangssignal des Impulsbreitenkonverters
U^*	Abschneidepegel der Diskriminatorschaltung
v_b	Blasenaufstiegsgeschwindigkeit
$\bar{v}_b$	mittlere lokale Blasenaufstiegsgeschwindigkeit, definiert durch Gl. (4.33)
V_b	Blasenvolumen
$\bar{V}_b$	mittleres lokales Blasenvolumen
$\dot{V}_b$	Blasengasstrom pro Flächeneinheit

$\bar{v}_b$	über den Bettquerschnitt gemittelter Blasen- gasstrom pro Flächeneinheit
v_{bs}	Steigggeschwindigkeit einer 'Slug'-Blase
$w(y), W(y)$	Dichte- bzw. Summenverteilung der Amplituden des Signals $y(t)$
$w_1(y_1), W_1(y_1)$	Dichte- bzw. Summenverteilung der Amplituden des Signals $y_1(t)$
$w_2(y_2), W_2(y_2)$	Dichte- bzw. Summenverteilung der Amplituden des Signals $y_2(t)$
$w(t_b)$	Anzahldichtevertelung der Impulsdauern t_b
$w_a(t_a)$	Anzahldichtevertelung der Impulsabstände t_a
$w(t_g)$	Anzahldichtevertelung der Toröffnungsauern t_g
$x(t)$	im jeweiligen Zusammenhang spezifiziertes Signal
$y(t)$	im jeweiligen Zusammenhang spezifiziertes Signal, speziell invertiertes Ausgangssignal des Reaktanz- wandlers
y^*	invertierter Abschneidepegel der Diskriminator- schaltung
$y'(t)$	invertiertes Ausgangssignal der Diskriminator- schaltung
y_1	Amplitude des Störanteils des invertierten Geber- signals $y(t)$, $y_{1u} \leq y_1 \leq y_{10}$, häufigster Wert $\bar{y}_1$
y_2	Amplitude des Nutzanteils des invertierten Geber- signals $y(t)$
z	Höhe eines Blasenimpulses, $z_u \leq z \leq z_o$
Z	mittlere Höhe der abgeschnittenen Blasenimpulse
δ	durch Gl. (3.27) definierter Flankenabschnitt eines trapezförmigen Blasenimpulses
δ	durch Gl. (6.28) definierte Abschwächung der Kreuzkorrelationsfunktion im Vergleich zur Autokorrelationsfunktion
ϵ	lokale Fließbettporosität
ϵ_{mf}	Fließbettporosität im Zustand der Minimalfluidi- sation
ϵ_s	lokale, zeitlich gemittelte Suspensionsporosität
ϵ_b	lokaler, zeitlich gemittelter Blasenvolumenanteil

α	Zahl der im Ausgangssignal der Diskriminatorschaltung im Mittel in der Zeiteinheit enthaltenen Impulse
ϕ	Korrekturfaktor zur Bestimmung der mittleren Blasenimpulsdauer aus der Messung einer Autokorrelationsfunktion
λ	durch Gl.(7.19) definierter Korrekturfaktor zur Bestimmung des Medianwertes der Blasengrößenverteilung aus einer Messung der mittleren Durchstoßlänge
φ	Formfaktor (Verhältnis von Vertikal- zu Horizontal-durchmesser einer Rotationsellipsoidblase)
σ	Streuungsparameter der logarithmischen Normalverteilung
τ	Abstand zwischen zwei Zeitpunkten, unabhängige Variable der Korrelationsfunktion
τ'	Schnittpunkt der Anfangs- bzw. Wendepunktstangente der Autokorrelationsfunktion mit der Abszisse
ξ	Zufallsvariable eines im jeweiligen Zusammenhang näher beschriebenen Zufallsprozesses
$\varphi_{xx}(\tau)$	Autokorrelationsfunktion des Signals $x(t)$
$\varphi_{xy}(\tau)$	Kreuzkorrelationsfunktion der Signale $x(t)$ und $y(t)$
$\phi_{xx}(\tau)$	durch Gl. (4.27) definierte dimensionslose Autokorrelationsfunktion
$\psi(\tau)$	Gleichung der Anfangstangente der Autokorrelationsfunktion

10. Literaturverzeichnis

- [1] P.N. Rowe in "Proceedings of the International Symposium on Fluidization, June 6-9, 1967, Eindhoven", Herausgeg. v. A.A.H. Drinkenburg, Netherlands University Press, Amsterdam 1967, p. 11/20
- [2] Noch nicht veröffentlicht
- [3] J.R. Grace u. D. Harrison; Chem. Engng. Sci. 24 (1969), 497/508
- [4] D. Geldart; Powder Technol. 4 (1970/71), 41/55
- [5] P.N. Rowe u. D.J. Everett; Trans. Instn. Chem. Engrs. 50 (1972) 1, 42/48
- [6] P.N. Rowe u. D.J. Everett; Trans. Instn. Chem. Engrs. 50 (1972) 1, 49/54
- [7] P.N. Rowe u. D.J. Everett; Trans. Instn. Chem. Engrs. 50 (1972) 1, 55/60
- [8] J.M. Matsen; Chem. Engng. Progr. Sympos. Ser. 66 (1970) 101, 47/51
- [9] J.M. Matsen u. B.L. Tarmy; Chem. Engng. Progr. Sympos. Ser. 66 (1970) 101, 1/7
- [10] J.M. Matsen, S. Hovmand, J.F. Davidson; Chem. Engng. Sci. 24 (1969) 12, 1743/1754
- [11] P.W.K. Kehoe u. J.F. Davidson; chemeca '70, Instn. Chem. Engrs. Symp. Ser. 33 (1970), Sess. 1, 97/116
- [12] S. Hovmand u. J.F. Davidson in "Fluidization", Herausgeg. v. J.F. Davidson u. D. Harrison, Academic Press, London/ New York 1971, p. 193/260
- [13] D.T. Argyriou, H.L. List u. R. Shinnar; A.J.Ch.E.J. 17 (1971) 1, 122/130
- [14] K. Godard u. J.F. Richardson; Chem. Engng. Sci. 24(1969), 663/670

- [15] G. Yasui u. L.N. Johanson; A.J.Ch.E.J. 4 (1958) 4, 445/452
- [16] A.B. Whitehead u. A.D. Young in "Proceedings of the International Symposium on Fluidization, June 6-9, 1967, Eindhoven", Herausgeg. v. A.A.H. Drinkenburg, Netherlands University Press, Amsterdam 1967, p. 294/302
- [17] R.D. Morse u. C.O. Ballou; Chem. Engng. Progr. 47 (1951) 4, 199/204
- [18] P.J. Bakker, Diss. TH Delft 1958
- [19] M. Fukuda, Z. Asaki, Y. Kondo; Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ. 29 (1967), 287/305
- [20] D. Kunii, K. Yoshida u. J. Hiraki in "Proceedings of the International Symposium on Fluidization, June 6-9, 1967, Eindhoven", Herausgeg. v. A.A.H. Drinkenburg, Netherlands University Press, Amsterdam 1967, p. 243/256
- [21] W.H. Park, W.K. Kang, C.E. Capes u. G.L. Osberg; Chem. Engng. Sci. 24 (1969), 851/865
- [22] P.N. Rowe in "Fluidization", Herausgeg. v. J.F. Davidson u. D. Harrison, Academic Press, London/New York 1971, p. 121/192
- [23] M.J. Lockett u. D. Harrison in "Proceedings of the International Symposium on Fluidization, June 6-9, 1967, Eindhoven", Herausgeg. v. A.A.H. Drinkenburg, Netherlands University Press, Amsterdam 1967, p. 257/270
- [24] B.W. Gnedenko: "Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung", Akademie-Verlag, Berlin 1968
- [25] H. Schlitt: "Systemtheorie für regellose Vorgänge"; Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960
- [26] Y.W. Lee: "Statistical Theory of Communication", J. Wiley Sons, New York/London/Sidney 1960
- [27] J.F. Davidson u. D. Harrison: "Fluidized Particles", Cambridge University Press 1963
- [28] P.N. Rowe u. R. Matsuno; Chem. Engng. Sci. 26 (1971), 923/935

- [29] M.H. Butterfield, G.F. Bryant u. J. Dowsing; Trans. Soc. Instr. Technology 13 (1961), 111/123
- [30] J.F. Richardson u. W.N. Zaki; Trans. Instn. Chem. Engrs. 32 (1954), 35/53
- [31] D.L. Pyle u. D. Harrison; Chem. Engng. Sci. 22 (1967), 1199/1207
- [32] O.E. Potter in "Fluidization", Herausgeg. v. J.F. Davidson u. D. Harrison, Academic Press, London/New York 1971, p. 293/381
- [33] P.H. Calderbank, F.D. Toor u. F.H. Lancaster in "Proceedings of the International Symposium on Fluidization, June 6-9, 1967, Eindhoven", Herausgeg. v. A.A.H. Drinkenburg, Netherlands University Press, Amsterdam 1967, p. 652/661
- [34] A.B. Whitehead u. A.D. Young in "Proceedings of the International Symposium on Fluidization, June 6-9, 1967, Eindhoven", Herausgeg. v. A.A.H. Drinkenburg, Netherlands University Press, Amsterdam 1967, p. 284/293
- [35] K. Rietema in "Proceedings of the International Symposium on Fluidization, June 6-9, 1967, Eindhoven", Herausgeg. v. A.A.H. Drinkenburg, Netherlands University Press, Amsterdam 1967, p. 201/212
- [36] R.M. Ormiston, F.R.G. Mitchell u. J.F. Davidson; Trans. Instn. Chem. Engrs. 43 (1965), 209
- [37] P.S.B. Stewart u. J.F. Davidson; Powder Technol. 1 (1967), 61/80
- [38] R.D. Toomey u. H.F. Johnstone; Chem. Engng. Progr. 48 (1952), 5, 220/226
- [39] J.F. Richardson u. L. Davies; Nature 199 (1963), 898
- [40] L. Davies u. J.F. Richardson; Trans. Instn. Chem. Engrs. 44 (1966), 293/305
- [41] M.J. Lockett, J.F. Davidson u. D. Harrison; Chem. Engng. Sci. 22 (1967), 1059/1066

- [42] K. Rietema in "Proceedings of the International Symposium on Fluidization, June 6-9, 1967, Eindhoven", Herausgeg. v. A.A.H. Drinkenburg, Netherlands University Press, Amsterdam 1967, p. 154/166
- [43] M.G. Kendall u. P.A.P. Moran: "Geometrical Probability"; Griffin Comp., London 1963
- [44] O. Molerus: "Theorie der Kornanalyse"; Scriptum zur Vorlesung "Mechanische Verfahrenstechnik", Universität Erlangen-Nürnberg 1971
- [45] N.J. Gelperin u. V.G. Einstein in "Fluidization", Herausgeg. v. J.F. Davidson u. D. Harrison, Academic Press, London/New York 1971, p. 541/567
- [46] R. Johne, Diss. TH Karlsruhe 1965
- [47] E.W. Grohse; A.J.Ch.E. Journal 1 (1955), 358
- [48] P.K. Baumgarten u. R.L. Pigford; A.J.Ch.E. Journal 6 (1960) 1,115/123

Der Dank des Verfassers gilt in erster Linie Herrn Professor Dr. O. Molerus für viele anregende und klärende Diskussionen sowie der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Bereitstellung der für die Durchführung des experimentellen Teils der Arbeit notwendigen Sach- und Personalmittel.

Des weiteren sei an dieser Stelle allen Mitarbeitern des Instituts für Mechanische Verfahrenstechnik gedankt, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben: insbesondere Herrn Heinz Schneider für Entwurf und Bau der Amplitudendiskriminatorschaltung und des Impulsbreitenkonverters sowie Frau Evelyn Dieckmann für die Durchführung der umfangreichen Serienmessungen, aber auch Herrn Ing. grad. Hartmut Schoenfeldt für die Konstruktion der Versuchsanlage, Herrn Herbert Fink vor allem für die sorgfältige Fertigung der Meßwertgeber, Herrn Karl Werner für seine Mithilfe bei der Durchführung eines Teils der Serienmessungen und Fräulein Rita Scheffler für das Zeichnen von Diagrammen und die Anfertigung der Fotografien.

Lebenslauf

- 1942 am 24. Dezember in Bremerhaven geboren als Sohn des Kaufmanns Dr. phil. Eberhard Werther und seiner Ehefrau Luise geb. Stindt
- 1949 - 1955 Besuch der Grundschule in Bremerhaven
- 1955 - 1962 Besuch der Körnerschule II (Mathematisch-Naturwissenschaftliches Gymnasium) in Bremerhaven
- 1962 Reifeprüfung am 7. März
- 1962 - 1967 Studium des Maschinenbaues, Studienrichtung Verfahrenstechnik, an der Technischen Hochschule Karlsruhe.
Praktikantentätigkeit:
Maschinenfabrik M. Achgelis Söhne GmbH, Bremerhaven,
Eisenwerk Weserhütte AG, Bad Oeynhausen
- 1967 19. Oktober Diplomhauptprüfung als Maschineningenieur der Studienrichtung Verfahrenstechnik
- 1967 - 1968 vom 1. November 1967 bis zum 30. Juni 1968 Betriebsleiter im Ziegelwerk der Friedrich Stindt KG, Bremerhaven
- seit 1.7.1968 zunächst als wissenschaftlicher Mitarbeiter, dann als wissenschaftliche Hilfskraft, ab 16. Dez. 1969 als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl und Institut für Mechanische Verfahrenstechnik der Universität Erlangen-Nürnberg.

Offsetdruck-Fotodruck

J. Hogl, 8520 Erlangen Hauptstr. 109, (Nähe Martin-Luther-Platz) Tel. 22990